

種々の風車から発生する音波伝播の数値シミュレーション

理学専攻 情報科学コース 寺町幸希子 (指導教員：河村哲也)

1 はじめに

風力発電は代替エネルギー源として近年注目されているが、日本ではあまり実用化されておらず、その理由の一つとして風車騒音が挙げられている。

そのため本研究では、種々の大型風車において、風車ブレードの先端から発生する音を回転移動する音源とみなし、発生する音波がどのように伝播するかを数値シミュレーションすることで、風車騒音への応用を考えることを目的とした。

2 空間のモデル化・格子生成

プロペラ型 (Fig.2.1) と直線翼型 (Fig.2.2) の2種類の風車について考えた。プロペラ型では、縦横それぞれ1, 奥行き0.5の直方体領域を考え、直線翼型では半径1, 高さ1の円柱領域 (円柱座標系) を考えた。本研究では、以下の3つの場合において音波伝播のシミュレーションを行った。



Fig.2.1: Propeller type

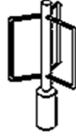


Fig.2.2:
Straight wing type

2.1 Case 1

格子数は $200 \times 200 \times 100$ とし、各方向の比率が $x : y : z = 1 : 1 : 1$ である直交等間隔格子を用いる。また地面を想定した面以外の面に吸収層を設置することで遠方境界を扱った。

2.2 Case 2

吸収層は設定せず、少ない格子数で遠方境界を扱えるようにするため、音源の回転半径を1とした時、 x 軸方向が16, y 軸方向が16, z 軸方向が8となるよう、音源から遠ざかる程格子の間隔が広がる不等間隔格子を用いる。格子数は $200 \times 200 \times 100$ とした。

2.3 Case 3

音源の回転半径を1とした時、円柱の半径が72, 高さが72となるよう、音源から遠ざかる程格子の間隔が広がる不等間隔格子を用いて遠方境界を扱った。格子数は $200 \times 200 \times 100$ とした。

3 計算方法

3.1 基礎方程式

以下の線形化オイラー方程式を使用する。

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -\nabla P \quad (1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{V} + Q \quad (2)$$

P : 圧力, \vec{V} : 速度ベクトル

Q は音源項で、音源から発せられる波から数値誤差により余分な波が発生しないように、空間的に数点を使ったガウス分布の振幅を時間的に振動させることによってなめらかな音源を再現した。(1) また、 \vec{V}_1, P_1 は吸収層を用いた際に生じる項である。(吸収層を用いない場合は0である)

3.2 境界条件

3.2.1 Case 1

PML法 (Perfectly Matched Layer) (2)(3) を利用して吸収層を設定した。 \vec{V} に対する補正項を \vec{V}_1 , P に対する補正項を P_1 とすると、

$$\begin{aligned} \vec{V}_1 &= m_4 u + n_4 \int \vec{V} dt + n_5 \int (\int \vec{V} dt) dt \\ &\quad + m_1 \frac{\partial}{\partial x} \int P dt + n_1 \frac{\partial}{\partial x} \int (\int P dt) dt \\ P_1 &= m_4 P + n_4 \int P dt + n_5 \int (\int P dt) dt \\ &\quad + m_1 \frac{\partial}{\partial x} \int u dt + n_1 \frac{\partial}{\partial x} \int (\int u dt) dt \\ &\quad + m_2 \frac{\partial}{\partial y} \int v dt + n_2 \frac{\partial}{\partial y} \int (\int v dt) dt \\ &\quad + m_3 \frac{\partial}{\partial z} \int w dt + n_3 \frac{\partial}{\partial z} \int (\int w dt) dt \end{aligned} \quad (3)$$

となる。ここで補正項に現れるパラメータは、

$$\begin{aligned} m_1 &= \sigma_y + \sigma_z, m_2 = \sigma_z + \sigma_x, m_3 = \sigma_x + \sigma_y, \\ m_4 &= \frac{m_1 + m_2 + m_3}{2}, n_1 = \sigma_y \sigma_z, n_2 = \sigma_z \sigma_x, \\ n_3 &= \sigma_x \sigma_y, n_4 = n_1 + n_2 + n_3, n_5 = \sigma_x \sigma_y \sigma_z \end{aligned} \quad (4)$$

である。 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ はそれぞれ x 方向, y 方向, z 方向の吸収率を表しており、本研究ではそれぞれ0.4とし、吸収層が領域全体の15%となるように設定した。

式(1)(2)(3)(4)よりCase1では下記の方程式を解いた。

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -\nabla P + \vec{V}_1 \quad (5)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{V} + Q + P_1 \quad (6)$$

3.2.2 Case 2 および Case 3

壁面での流速および圧力は0とした。壁面での微分値は2次精度の片側差分で近似した。また、Case3においては周方向に周期条件を課した。

3.3 解法

3.3.1 Case 1

式(5)(6)を以下の式を用いた陰的な差分法であるコンパクト差分法(4)

$$\alpha f'_{i+1} + f'_i + \alpha f'_{i-1} = b \frac{f_{i+\frac{3}{2}} - f_{i-\frac{3}{2}}}{3h} + a \frac{f_{i+\frac{1}{2}} - f_{i-\frac{1}{2}}}{h} \quad (7)$$

で解く. この式の係数を

$$a = \frac{3}{8}(3 - 2\alpha), b = \frac{22\alpha - 1}{8}, \alpha = \frac{1}{22}$$

とすることで, 1階微分を4次精度で近似した.

3.3.2 Case 2

式(1)(2)を以下の陽的な差分法で解く. 5点($x - s, x - r, x, x + q, x + p$)を用いた点 x における f の1階微分は,

$$f_x = af(x + p) + bf(x + q) + ef(x) + cf(x - r) + df(x - s) \quad (8)$$

であり, この式の係数を

$$a = \frac{qrs}{p(p - q)(s + p)(r + p)}, b = -\frac{prs}{q(p - q)(s + q)(r + q)}$$

$$c = -\frac{pqs}{r(r - s)(r + p)(r + q)}, d = \frac{pqr}{s(r - s)(s + p)(s + q)}$$

$$e = -(a + b + c + d)$$

とすることで, 1階微分を4次精度で近似した.

3.3.3 Case 3

式(1)(2)を円柱座標系に変換する.

$$\frac{\partial V_r}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial r}$$

$$\frac{\partial V_\theta}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} \quad (9)$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial z}$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\left(\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial V_z}{\partial z}\right) + Q \quad (10)$$

Case 2と同様に, 式(9)(10)を4次精度の陽的な差分法で解く.

4 結果と考察

音源を一定速度で7/4回転させた時の圧力 P を等値線で表した結果を示す.

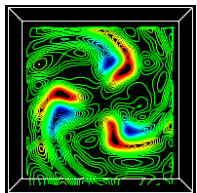


Fig.4.1:
Pressure distribution
obtained by case 1

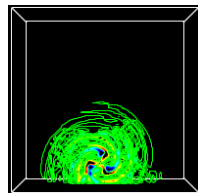


Fig.4.2:
Pressure distribution
obtained by case 2

Case 1では, 音源が吸収層の近くを回転移動しているため, ほとんどの音波がすぐに吸収されている. 一方で, 1つの音源が通過してから次の音源が通過するまでの時間が短いため, 地面からの反射波以外に, 吸収層の表面からのわずかな反射波の影響を受けている.

Case 2では, 波は音源から遠く離れた場所へは, 時間が経つにつれて半円状を描いて音が伝播していくことが分かった.

Case 3では, 音波は放射状に伝播した. 音源付近では, Case 1, 2とほぼ同様な分布になった.

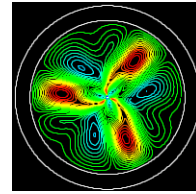


Fig.4.3: Pressure distribution obtained by case 3

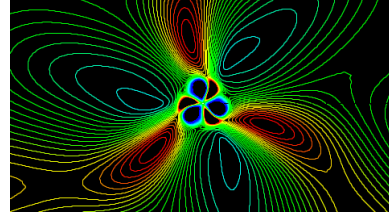


Fig.4.4: Zoom up figure of Fig.4.3

また, 風車の中心からの距離を等しくとったある地点での圧力 P の時間変化をグラフ表示した. 青色の曲線はCase 1, 赤色の曲線はCase 2であり, 縦軸は圧力 P の大きさを, 横軸は時間を表している.

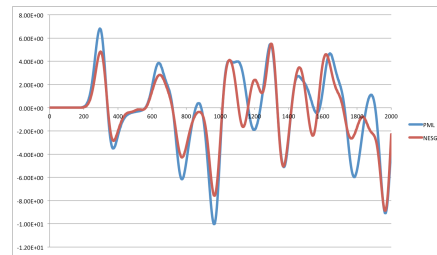


Fig.4.5: Time history of pressure P

全体を見ると曲線の推移は概ね一致していることから, 不等間隔格子を用いた方法で, 風車から遠い場所の結果を求めることは妥当であると考えられる.

5 今後の課題

今後は, 風車を実際に設置する環境により近づくような不等間隔格子の格子間隔を検討し, また風車に対して様々な方向からの音波伝播を調べ, 風車騒音への応用を考えていきたい.

参考文献

- [1] Tomonori Nihei, Katsuya Ishii, "A fast solver of the shallow water equations on a sphere using a combined compact difference scheme", *Journal of Computational Physics* 187, 639-659 (2003)
- [2] Berenger, J-P. "A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves" *Journal of Computational Physics* 114, 185-200 (1994)
- [3] Tam, C.K.W. T. "Computational Acoustics : A Wave Number Approach (Cambridge Aerospace Series)", Cambridge University Press (2012)
- [4] 鶴秀生, 岩津玲磨, 音響設計のための時間領域差分法の高精度化, 京都大学 数理解析研究所講究録, 第1645巻, 177-188 (2009)