

電力網同期の頑健性のネットワーク構造依存性に関する数理的研究

理学専攻・情報科学コース 1840649 上田潮里

1 はじめに

温暖化への対策には長年の関心があった。京都議定書やパリ協定など、世界でも温暖化への関心は高まっているように思われる。ところが、現代の日本では、2018年に火力発電が77.9%を占めるのに対し、自然エネルギーは17.4%[1]である。

では、持続可能な未来のためにはどのような取り組みが必要なのだろうか？

例えば、脱炭素化や低炭素社会といったものがある。これらの実現には、二酸化炭素を排出しない、クリーンエネルギーが必要となる[2]。

そういった考えから、再生可能エネルギーの導入や検討が各国で進み始めている。特に、欧州では持続可能なエネルギーへの関心が高まり、脱炭素化の動きが活発化している[3]。

こうした動きから、今後、風力や太陽光発電等、新たな小規模発電設備が増えていくことが予測される。

では、新たに増えた発電設備を既存の電力網に繋げる際、単に1つ送電線を伸ばして付け足せば良いのだろうか。

実は、この方法で付け足した場合、電力網の安定性が低下する可能性があることが報告されている[4]。

したがって、今後増加する発電設備を、どのように既存のネットワークに追加すると良いのか、電力網の安定性の面から検討する必要がある。

停電には例えば、発電所の故障や、送電線の故障といった原因があるが、先行研究[4, 5]ではそれらを周波数と位相の乱れとしてまとめて扱っている。そこで本研究では、それらの原因ごとに分けて小規模な電力網の安定性を調べ、電力網を最も安定化させるネットワーク構造を明らかにすることを試みる。

2 使用するモデル

先行研究[4]で提案された、次式で与えられる数理モデルを考える。

$$\dot{\theta}_i = \omega_i, \quad (1)$$

$$\dot{\omega}_i = -\alpha_i \omega_i + P_i - \sum_{j=1}^N K_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j). \quad (2)$$

ここで、 θ_i と ω_i はノード i の電圧の位相、電圧の角周波数、 α_i は減衰定数、 P_i は入力されるエネルギー、 K_{ij} はノード i と j を繋ぐ送電容量である。 $P_i > 0$ ならば発電機、 $P_i < 0$ ならば消費者となる。ノード i と j が繋がっていれば $K_{ij} = K_{ji} > 0$ 、繋がっていなければ $K_{ij} = 0$ とする。簡単のため、 $K_{ij} = K_{ji} = K$ とした。 $-\alpha_i \omega_i$ は抵抗力で失われるエネルギー、 $K_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)$ は送電されるエネルギーを表す。このモデルは

$$\Delta\theta_{i1} = \theta_i - \theta_1, \quad (3)$$

$$\Delta\omega_{i1} = \omega_i - \omega_1 \quad (i = 2, 3) \quad (4)$$

とおくことにより、 $N - 1$ 個の式に簡略化することができる。

また、電力入出力の合計量は $\sum_{i=1}^n P_i = 0$ となるよう設定される。 n はノードの総数を表す。

3 basin 安定性

まず図1で表される、1つの発電機と1つの消費者で表される2ノード系を考え、先行研究[4]で提案されたbasin 安定性について説明する。2ノード系の変数は $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1, \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ の2変数である。パラメータ値を $P_1 = -0.5, P_2 = 0.5, \alpha_i = 0.1$ としたときの、相平面の構造を図2に示した。この系には、同期状態を表す安定な固定点 $(\Delta\theta, \Delta\omega) = (\arcsin \frac{\Delta P}{2K}, 0)$ と、非同期状態を表すリミットサイクルが存在する。相平面上にプロットされた点 $(\Delta\theta, \Delta\omega)$ は、同期状態に収束する初期状態を表す。それ以外の点は非同期状態に収束する。同期状態に収束する初期状態が多ければ多いほど、同期状態は摂動に対して安定に保たれると言える。そこで、プロットした領域全体に対するbasin 領域の割合をbasin 安定性 S と呼ぶ[4]。basin 安定性 S の K 依存性を図2(d)に示した。 K が増加するほど、 S も増加することが確認できる。この結果から、送電容量 K を大きくすれば繋ぎ方を考える必要がないように思われる。

しかし、現実問題として経済的理由などから K をあまり大きくすることができないため、繋ぎ方の工夫を考えることは意義のあることである。

また、何らかの理由でメインの送電網が停止した場合、孤立した地域に電力を供給しなければならない。

この場合、メインの電力網から独立して送電網を維持することになる[5, 6]。この時、送電網の局所的な機能を維持する必要があるため、同期の挙動と安定性を理解することは、電力網の安定性の観点で重要である[5, 6]。したがって、小規模な電力網を研究することは、大きな構造[7]を探索するための良い出発点である[5]。

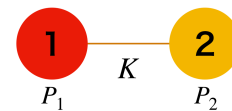


図1: 2ノード系。ノード1が消費者、ノード2が発電機。

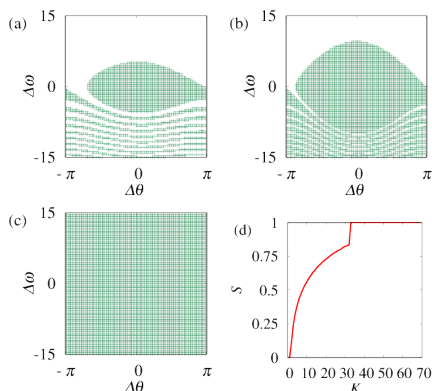


図 2: 2 ノード系における相平面の構造と安定性. 緑の領域は同期解に収束する初期点の集合, すなわち basin を表す. (a) $K = 4$, (b) $K = 12$, (c) $K = 32.5$. (d) basin 安定性 S の送電容量 K 依存性.

4 3 ノード系

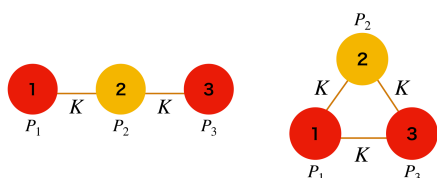


図 3: 3 ノード系. 黄色のノードが発電機, 赤いノードが消費者. 左: 直線構造, 右: 三角形構造.

1つの発電機と2つの消費者で表される3ノード系(図3)を考える.

ここでは, 先行研究 [4, 5] が一括りにしていた具体的な原因を扱う. よって, 電線が故障したことが原因で周波数や位相が乱れるという状況を想定した摂動を与えた(図4左).

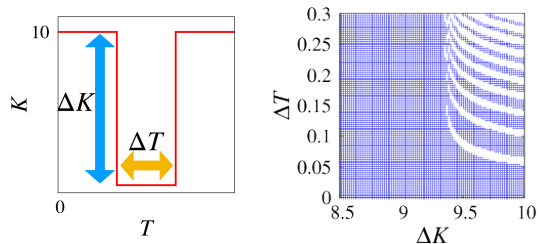


図 4: 左: 安定状態の時に, ある時刻で K を突然下げる. ΔT 時間後, K を回復させる. 右: $P_1 = -0.5$, $P_2 = 1$, $P_3 = -0.5$ の三角形構造において, $K = 10$ を ΔK 下げる摂動を ΔT 時間与えた場合の同期状態に回復するパラメータ値をプロットした.

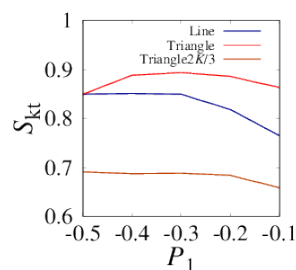


図 5: P_1 の値ごとに図 4 (右) の摂動に対する安定性 S_{tk} をプロット.

図 5 では Line は直線, Triangle は三角形構造を表す. Triangle2K/3 は三角形構造の各 K に $2/3$ をかけていることを表す. ただし, $P_2 = 1$, $P_3 = -1 - P_1$ とした. 三角形構造の各 K に $2/3$ をかけたもの (Triangle2K/3) は, 直線構造と伝送容量 K の総量を等しくした場合である. また, 各 K に $2/3$ をかけていない三角形構造 (Triangle) は各電線の伝送容量を等しくした場合である. 三角形構造の方が直線構造より安定している. しかし, 三角形構造の各 K に $2/3$ をかけたものになると直線構造よりも安定性が低下していることがわかる.

5 まとめと今後の課題

本研究では, 電力網における3ノード系の basin 安定性を検証した. 伝送容量 K の総量を等しくした場合は直線構造の方が安定しているが, 各電線の伝送容量を等しくした場合は三角形構造の方が安定していることが確認できた. 本研究を踏まえて, 故障の仕方を複数組み合わせた場合の安定性や, 4ノード系の様々なトポロジの安定性を検証することも興味深い.

参考文献

- [1] 環境エネルギー政策研究所. 2018 年 (暦年) の国内の自然エネルギー電力の割合 (速報)(最終閲覧日: 2019 年 11 月 4 日), 2019. <https://www.isep.or.jp/archives/library/11784>.
- [2] Johan Rockström, Owen Gaffney, Joeri Rogelj, Malte Meinshausen, Nebojsa Nakicenovic, and Hans Joachim Schellnhuber. A roadmap for rapid decarbonization. *Science*, Vol. 355, pp. 1269–1271, 2017.
- [3] Kacper Szulecki. European energy governance and decarbonization policy: learning from the 2020 strategy. *Climate Policy*, Vol. 16, pp. 543–547, 2016.
- [4] Peter J. Menck, Jobst Heitzig, Jürgen Kurths, and Hans Joachim Schellnhuber. How dead ends undermine power grid stability. *Nature communications*, Vol. 5, p. 3969, 2014.
- [5] Heetae Kim, Sang Hoon Lee, Jörn Davidsen, and Seung-Woo Son. Multistability and variations in basin of attraction in power-grid systems. *New Journal of Physics*, Vol. 20, p. 113006, 2018.
- [6] Mario Mureddu, Guido Caldarelli, Alfonso Damiano, Antonio Scala, and Hildegard Meyer-Ortmanns. Islanding the power grid on the transmission level: less connections for more security. *Scientific Reports*, Vol. 6, No. 1, p. 34797, 2016.
- [7] R. Milo, S. Shen-Orr, S. Itzkovitz, N. Kashtan, D. Chklovskii, and U. Alon. Network motifs: Simple building blocks of complex networks. *Science*, Vol. 298, No. 5594, pp. 824–827, 2002.