# 塗膜上のシワ形成のシミュレーション

#### 理学専攻・情報科学コース 1740649 大町 麗奈

#### 1 はじめに

生乾きの塗料に重ね塗りをすると不都合なシワが生 じることがある。例として身近な塗料の一つであるマ ニキュアを用いて行われるネイルが挙げられる。爪に カラーを塗り終えた数時間後にトップコートを重ね塗 るとシワになってしまうことがあり[1]、こうなった場 合は最初からやり直しになる。一般的な塗料が完全に 乾ききるには1日以上必要だと言われており、例にお ける失敗の原因の一つは最初に塗ったカラーが完全に 乾ききっていない状態で重ね塗りをしてしまったこと であると考えられる。この現象はネイル以外にも塗装 や油絵など様々な分野で失敗の原因となっており、こ のシワが生じる条件やどういうシワが出来るのかを理 解できたら有益だと考えた。実験で調べるには実験環 境などに限界があり、本研究ではシミュレーションに よって解明を目指した。

#### 2 先行研究

生乾きのペンキに溶剤を滴下しシワを発生させた実 験がある [2]。この実験は基板にペンキを塗り、恒温機 に入れて数時間乾燥させ生乾き状態にし、そこに溶剤 であるキシレンを滴下することで図1のようにシワを 発生させている。高分子を成分に持つ塗料が乾燥する 際、高分子と高分子の間に架橋と呼ばれる強い化学結 合が形成される。十分乾かした後つまり最初に塗った 塗料が架橋で十分に固まりきった後であれば重ね塗り をしても重ね塗った塗料は最初の塗料に干渉せずシワ は生じない。しかし、乾燥が不十分つまり生乾き状態 に重ね塗りをすると、重ね塗った部分が最初に塗った 塗料に染み込み膨張するためシワが生じる。図1はシ ワ形成の時間発展をアルファベット昇順にまとめたも ので、滴下した部分の直径は1cm程度である。滴下か ら (c) までは 6 分程度、(c) から (f) までは 30 秒程度 の時間がかかっており、このシワ形成は急激に成長す る現象であることが分かる。



図 1: シワの時間発展をまとめた図 [2]。スケールバーは 3.0mm。

## 3 モデル

塗料を図2のように基板上に厚みhで塗られた弾性 塗膜とみなしたモデルを用いる[2]。このモデルは文献 [3] を参考にしている。



図 2: 断面図

塗膜面を $x_1$ - $x_2$ 平面、厚み方向を $x_3$ 軸とする。この 系のエネルギー $F_{\text{tot}}$ は膜の弾性エネルギー $f_{\text{film}}$ と界 面の接着エネルギー $f_{\text{int}}$ の和であらわせる。

$$F_{\rm tot} = \int \int \left( f_{\rm film} + f_{\rm int} \right) dx_1 dx_2 \tag{1}$$

平衡状態での形状は  $F_{tot}$  の変分が 0 という条件から求めることができ、塗膜の  $x_3$  方向の変位 w は時間依存 Ginzburg–Landau 方程式を解くことで計算できる。

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\eta \frac{\delta F_{\text{tot}}}{\delta w},\tag{2}$$

ここで $\eta$ は特徴的な時間を表している。 $f_{\text{film}}$ をカルマンの板理論で、 $f_{\text{int}}$ を cohesive zone model モデルで記述し、長さはh、時間は $h/(\mu\eta)$ 、 $\gamma_{n}$ は $h\mu$ によって無次元化してまとめると

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{1}{6(1-\nu)}\nabla^2\nabla^2 w + \frac{\partial N_\beta}{\partial x_\beta} - T_n$$
(3a)

$$N_{\beta} = \frac{2}{1-\nu} \left[ (1-\nu)e_{\alpha\beta} + \nu e_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta} \right] \frac{\partial w}{\partial x_{\alpha}}$$
(3b)

$$e_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} + \frac{\partial u_{\beta}}{\partial x_{\alpha}} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial w}{\partial x_{\alpha}} \frac{\partial w}{\partial x_{\beta}} - \varepsilon_0 \delta_{\alpha\beta} \quad (3c)$$

$$T_n(\zeta) = \begin{cases} \Gamma_n \zeta \exp(-\frac{\zeta}{\delta_n}) & \zeta > 0\\ \Gamma'_n \zeta \exp(-\frac{\zeta}{\delta}) & \zeta \le 0 \end{cases}$$
(3d)

$$\Gamma_n \equiv \frac{\gamma_n}{\delta_n^2} \tag{3e}$$

を得られる。ここで $\nu$ はポアソン比、 $\mu$ はせん断弾性 係数、 $u_{\alpha}$ は膜の面内方向の変位、 $\varepsilon_0$ は内部応力によ る歪み (eigen strain)を表している。ギリシア文字の 添え字は面内方向の $x_1$ 軸、 $x_2$ 軸に対応している。 $\zeta$ は膜と基板の距離、 $T_n$ は表面力、 $\delta_n$ は $\zeta$ の特徴的な 長さ、 $\gamma_n$ は界面法線方向の toughness を表している。 塗膜の厚みが一様かつ一定だと仮定すると $\zeta = w$ であ る。 $T_n(\zeta)$ は計算時に $\zeta \leq 0$ の領域が出来ることを防 ぐため  $\Gamma'_n \gg \Gamma_n$ とし場合分けしている。

### 4 シミュレーション結果と理論との一致

前節のモデルを元にシミュレーションを行うと図3 のような結果を得られる。図4はそれぞれシワの振幅



図 3: *w* のスナップショットの一例。(*a*) 斜め方向から 見た図。(*b*) 上から見た図。



図 4: (左) 振幅の時間発展、(右) 波長の時間発展。

と波長の時間発展をプロットしたものである。

シミュレーションが理論と一致するものであること を確かめるため、横軸を $\Gamma_n$ 、縦軸を $\varepsilon_0$ 、 $\delta_n = 0.5$ (固 定)、 $\nu = 0.3$ (固定)にして相図を作成した(図 5)。図 5内の theory は線形安定性解析から求められる境界線 で、theory より上ではシワが生じる、theory より下 ではシワが生じないことを意味している。wrinkle と flat はどちらもシミュレーション結果で、それぞれシ ワが生じた時とシワが生じなかった時を表している。 wrinkle と flat の境界が線形安定性解析から推測され る境界とほぼ一致することを確認できた。



図 5: 横軸  $\Gamma_n$ , 縦軸  $\varepsilon_0$  の相図 [2]。

#### 5 実験との一致

シミュレーション結果が実験と一致するかを調べる ため、シミュレーションと実験で横軸と縦軸がそれぞ れ同じ量に対応するグラフを作成し比較した (図 6)。 実験は福岡工業大学の下川倫子先生による [2]。シミュ レーション結果が実験結果とほぼ一致するものである ことが確認できた。

### 6 モデルの改良と境界条件

図4を見るとシミュレーションではシワが成長し続けていることが分かる。しかし、実際の現象ではシワの成長は止まるので、シミュレーションでもシワの成長を抑制したいと考えた。ここで内部応力による歪み ε<sub>0</sub>に注目した。シミュレーションで ε<sub>0</sub>は固定されてい



図 6: (左図) 実験、(右図) シミュレーション [2]。

るが、実験では塗料中の溶剤が揮発するのに伴い $\varepsilon_0$ が 減少していくのではないかと考えられた。そこでプロ グラムを書き換えシミュレーションでも $\varepsilon_0$ を時間経過 に伴い減少させた。その結果図7を得られ、図4に比 べてシワの成長を抑えられていることを確認できた。



図 7: (左) 改良後の振幅、(右) 改良後の波長。

これまでのシミュレーションは周期境界条件で行っ てきたが、境界条件を固定端に変更したシミュレーショ ンも行った。図8は正方形と長方形でシミュレーショ ンした結果の一例である。シミュレーションで生じる シワは長辺に沿って成長しやすいことが分かった。



図 8: (左) 正方形、(右) 長方形。

#### 7 まとめ

塗料を重ね塗りした時に生じるシワのシミュレーショ ンを系全体のエネルギーを考えたモデルを用いて行っ た。このモデルを用いたシミュレーションは理論及び 実験と一致することを確認できた。その後シワの成長 を抑制できるようモデルを改良した。境界条件を変更 してシミュレーションすることで、シワが生じる方向 は形状によるのではないかという推測をたてられたの で実際の現象と比較していくことが今後の課題である。

### 参考文献

- [1] 牛島麗夏, 塗料のパターン形成, お茶の水女子大学 修士論文 (未公刊), 2016.
- [2] M. Shimokawa, H. Yoshida, T. Komatsu, R. Omachi, K. Kudo, Gels 4, 41, (2018).
- [3] Rui Huang, Se Hyuk lm, Phys. Rev. E 74, 026214, (2006).