

ストークス流体中の結合回転子集団の同期と遊泳ダイナミクス

理学専攻・情報科学コース 吉田理紗子

1 はじめに

微生物は鞭毛や繊毛の集団運動を利用し遊泳する。例えばクラミドモナスという微生物は、2本の鞭毛を周期的に運動させ、それらが同相状態のとき、平泳ぎのような運動になって直進し、異相状態のときにランダムな旋回運動をする [1]。またボルボックスの体細胞は、2本の鞭毛を利用し回転運動を行っているが、1周期の回転運動の中でも同相や逆相等同期の仕方を変えることで、異なる遊泳ダイナミクスを示している [2]。これらの微生物は流体の慣性がほとんど効かない低レイノルズ数 ($\sim 10^{-3}$) の環境下で運動しており、流体を介した相互作用によって鞭毛同士は協調した運動を行っていることが知られている [3]。しかし、鞭毛の同期と遊泳の関係性についてはわかっていないことが多い。

本研究では複数の鞭毛の同期が遊泳ダイナミクスに与える影響と、遊泳が同期に与える効果を明らかにするため、2本の鞭毛を持つ微小スイマーの簡略モデルを作成し、そのダイナミクスを数値シミュレーションによって解析した。

2 本研究のモデル

本研究では、低レイノルズ数の極限である3次元空間のストークス流れを考え、その中の2次元平面上で運動する図1に示した形状のモデルを考える。このスイマーは半径 a の球4つ (球1, 1', 2, 2') と半径 b の球2つ (球3, 4) から成っている。球1, 2は半径 r の円軌道上を回転する回転子であり、それぞれ、前部と後部の鞭毛を表している。前部の回転子の位相は ϕ_1 、後部の回転子の位相は ϕ_2 である。体の部分を水平方向に無限に広い自由壁とするために、球1, 2'はそれぞれ球1, 2の鏡像としている。軌道の中心と体は長さ L の剛軸体で、2つの体は長さ H の剛軸体で繋がれている。

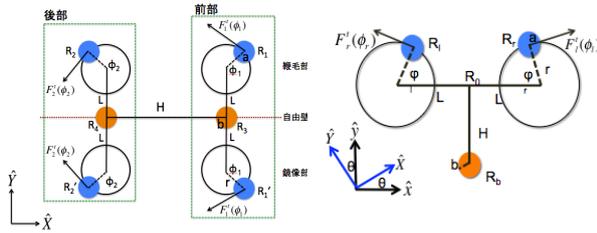


図1: (左) 本研究のスイマー. (右) 先行研究 [4] で提案されているスイマー.

このモデルでは、回転子1と2の軌道の接線方向に駆動力 F_i^t を働かせることによって回転子を回転させて遊泳する。回転子 i の軌道の接線方向の単位ベクトルを \hat{t}_i 、法線方向の単位ベクトルを \hat{n}_i とする。このとき、回転子 i にかかる力は $\mathbf{F}_i = F_i^t \hat{t}_i + F_i^n \hat{n}_i$ ($i = 1, 2$) と表すことができる。ただし F_i^n は回転している粒子を円軌道上に束縛するために、軌道の動径方向に働く拘束力である。

駆動力 F_i^t は先行研究 [1] を参考に 2π 周期関数である以下の式を用いる。

$$F_i^t(\phi_i) = F_i(1 + B \cos(\phi_i + \alpha)) \quad (1)$$

パラメータ $\alpha(0 \leq \alpha < \pi)$ は円軌道上のどこで駆動力が最も働くかを決定する。パラメータ $B(-1 < B < 1)$ は駆動力の強弱を表し、 B の値が大きいほど駆動力の最大値と最小値の差が大きくなる。また駆動力 F_i^t の係数 $F_i > 0$ は駆動力の強さを表し、 F_1 と F_2 に差をつけることで2本の鞭毛の同期を同相や逆相へと変化させることができる。

各球の間の流体力学的相互作用は、ストークス流れにおける厳密解であるオセーンテンソル \mathbf{G} を用いて記述する。粒子 j の座標を (x_j, y_j) 、粒子 j と k の間の距離を l として、粒子 j が粒子 k に与える相互作用の強さを表す \mathbf{G}_{jk} は以下のように書くことができる。

$$\mathbf{G}_{jk} = \frac{1}{8\pi\mu} \begin{pmatrix} \frac{1}{l} + \frac{(x_j - x_k)^2}{l^3} & \frac{(x_j - x_k)(y_j - y_k)}{l^3} \\ \frac{(x_j - x_k)(y_j - y_k)}{l^3} & \frac{1}{l} + \frac{(y_j - y_k)^2}{l^3} \end{pmatrix} \quad (2)$$

式(2)と粒子 j が流体から受ける抵抗力 \mathbf{g}_j を用いて、粒子 j が粒子 k のところに作る流れ場 \mathbf{v}_k は $\mathbf{v}_k = -\mathbf{G}_{jk}\mathbf{g}_j$ と表せる。本研究のスイマーは各粒子が他の粒子から受ける流体力学的相互作用の総和をとることで、各粒子の速度の式を得ることができる。

また、各粒子の速度の式はスイマーの形状から導くこともできる。これらの運動方程式に適切な束縛条件を課すことで、スイマーの運動の数値シミュレーションを行うことができる。

なお、先行研究 [4] と本研究のモデルはどちらも2本の鞭毛を持つスイマーのモデルであるが、先行研究のスイマーは2本の鞭毛が同相同期している場合にのみ適用できるのに対し、本研究のモデルはどのような位相関係も記述できるという利点がある。このため、同期状態と遊泳ダイナミクスの関係性を解析できる。

3 シミュレーション結果

本要綱のシミュレーションは全て $a = b = 1, L = 10, H = 20, r = 5, B = -0.2, \alpha = 0, F_1 = \mu L^3, F_2 = \mu L^3 + \delta, \mu = 437.254$ の条件で行い、同期と遊泳ダイナミクスの δ 依存性を調べた。ただし μ は周りの流体の粘性率である。

モデルは駆動力の強さの差 δ に依存して3種類のダイナミクスを示した。2本の鞭毛が逆相同期する場合、同相同期する場合、逆相同期と同相同期が交互に現れる場合の3種類である。

図2の中央下の $\delta = -6800$ (赤線) 付近、 $\delta = 46600$ (青線) 付近に着目すると、ここではどちらも2本の鞭毛の同期・非同期転移が起きている。このとき図2の左上と図2の右上の同じ δ の値のところを見ると、 $\delta = -6800$ 付近では $\langle m \rangle$ は極小値、 $\langle V \rangle$ は極大値を取っており、 $\delta = 46600$ では $\langle m \rangle$ は極大値、 $\langle V \rangle$ は極小値を取っているということが分かる。このことから2本の鞭毛は $\langle m \rangle$ や $\langle V \rangle$ の極値において同期・非同

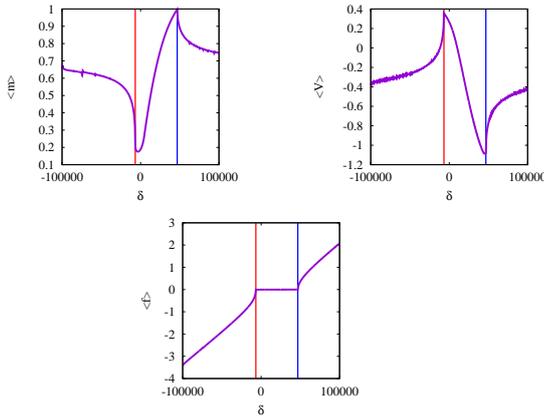


図 2: スイマーのダイナミクスの δ 依存性. 赤: $\delta = -6800$, 青: $\delta = 46600$. (左上) 蔵本オーダーパラメータの長時間平均 $\langle m \rangle$. (右上) 平均速度の長時間平均 $\langle V \rangle$. (中央下) 2本の鞭毛の振動数差 $\langle f \rangle$.

期転移を起こし, また平均速度 V は同期・非同期の転移点において速度が最大になるということが分かった.

次に, スイマーの体をピン留めした時, つまり遊泳速度 $\dot{R}_0 = 0$ とした場合を考える. この時と自由遊泳時とのシミュレーション結果を比較し, 遊泳が2本の鞭毛の同期にどのような効果をもたらすのかを調べた.

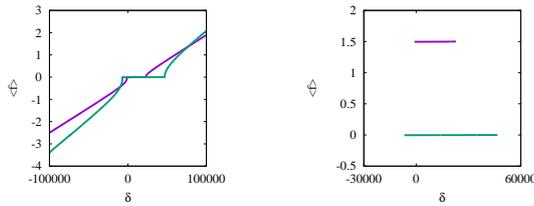


図 3: 遊泳速度 $\dot{R}_0 = 0$ とした時と自由遊泳時の, 2本の鞭毛の振動数差の長時間平均 $\langle f \rangle$ の比較. 紫: ピン留め時, 緑: 自由遊泳時. (左) 2本の鞭毛の振動数差の長時間平均 $\langle f \rangle$. (右) 左の図の位相ロックの範囲 ($\langle f \rangle = 0$ となっている範囲) を拡大したもの.

図3を見ると, 自由遊泳時の位相ロックしている範囲はピン留め時に比べて広がっており, 遊泳することで2本の鞭毛の同期が安定するということが分かった.

また, 体をピン留めしたスイマーに適当な外流 u を与えた時と自由遊泳時とのシミュレーション結果を比較し, 外流を与えることで自由遊泳と同じ効果が得られるのかを調べた.

図4を見ると, ピン留めのグラフと比べて, $u = 10$ や $u = -10$ のグラフはほとんど変化がなく, また自由遊泳と位相ロックの範囲の広さに大きな差があることから, スイマーをピン留めした状態に外流を与えても遊泳と同じ効果は得られないということが分かった.

さらに自由遊泳に適当な外流 u を加え, 自由遊泳との変化を調べた. 図5を見ると分かるように全く変化がなく2つのグラフが一致していた. このことから, 自由遊泳の効果は遊泳速度によって変化するものではなく, 遊泳する際のスイマーの水平方向への揺れが生み出しているものと考えられる.

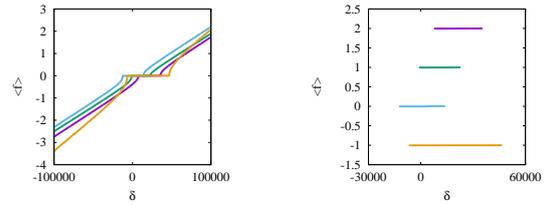


図 4: 遊泳速度 $\dot{R}_0 = 0$ のスイマーに適当な外流 u を与えた時と自由遊泳時の, 2本の鞭毛の振動数差の長時間平均 $\langle f \rangle$ の比較. 紫: $u = 10$, 緑: ピン留め ($u = 0$), 水色: $u = -10$, オレンジ: 自由遊泳. (左) 2本の鞭毛の振動数差の長時間平均 $\langle f \rangle$. (右) 左の図の位相ロックの範囲 ($\langle f \rangle = 0$ となっている範囲) を拡大したもの.

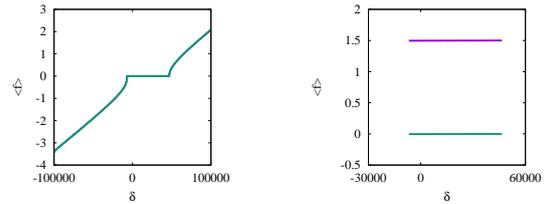


図 5: 自由遊泳に外流 u を加えた時と自由遊泳時の, 2本の鞭毛の振動数差の長時間平均 $\langle f \rangle$ の比較. 紫: $u = -10$, 緑: 自由遊泳時. (左) 2本の鞭毛の振動数差の長時間平均 $\langle f \rangle$. (右) 左の図の位相ロックの範囲 ($\langle f \rangle = 0$ となっている範囲) を拡大したもの.

4 まとめ

本研究では複数の鞭毛の同期と遊泳ダイナミクスの関係を明らかにするため, 2本の鞭毛を持つ微小スイマーの簡略モデルを作成した. このスイマーは2本の鞭毛を独立に動かすことができるモデルとなっているため, 先行研究 [4] と比較してどんな位相関係も取り扱うことができるという利点があった. 本研究のスイマーは2本の駆動力の強さの差 δ によって3種類のダイナミクスを示し, 遊泳には鞭毛の同期を安定させる効果があるということが分かった.

本研究によって, 鞭毛の同期と遊泳の間には強い相互関係があることが明らかになった. この結果は人工的な微小スイマーの設計に応用できると期待される.

参考文献

- [1] Rachel R Bennett and Ramin Golestanian. Emergent run-and-tumble behavior in a simple model of chlamydomonas with intrinsic noise. *Physical review letters*, Vol. 110, No. 14, p. 148102, 2013.
- [2] 岸田桂輔, 村山能宏. volvox 体細胞の回転運動. 日本物理学会第 71 回年次大会, 2016.
- [3] 内田就也. 流体力学的同期現象: 鞭毛や繊毛の集団運動の理解に向けて (最近の研究から). 日本物理学会誌, Vol. 67, No. 11, pp. 754–757, 2012.
- [4] Rachel R Bennett and Ramin Golestanian. Phase-dependent forcing and synchronization in the three-sphere model of chlamydomonas. *New Journal of Physics*, Vol. 15, No. 7, p. 075028, 2013.