

# 方向転換の非対称性を持つ自走粒子集団における秩序化現象

理学専攻・情報科学コース

森田紫

## 1 はじめに

地球上には集団運動を行う生物がたくさん存在している。中でも鳥や魚、微生物についてはよく知られており、それらについての研究が多く発表されている。渡り鳥の雁は集団でV字になって飛ぶことにより、風の抵抗を少なくしてより長距離を効率良く移動すると言われている [1]。生物が集団運動を行うことにはどのようなメリットが存在するのだろうか。

本研究では特に魚の集団運動のひとつである回遊運動に焦点を当てた。そこでまず参考にしたのが集団運動の研究として有名な Vicsek モデル [3] である。このモデルのルールは簡潔で、各粒子は一定の速さで運動し、速度の方向は近傍の粒子の平均速度にランダムなノイズを加えて決定されるというものである。しかしこのモデルでは、回遊運動を再現していない。そこで魚にもヒトと同様に利き手が存在するとする [2]。この原理を用いて、個体同士が相互作用した際に方向を揃える際の回転方向に非対称性を持たせる。その結果、ローカルな相互作用でも大きな円運動が再現できるかどうかについて観察する。

## 2 モデル

個体の運動モデルは次で与える。

$$\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = (\cos \theta_i, \sin \theta_i) \quad (1)$$

$$\frac{d\theta_i}{dt} = \sigma \xi_i + H \left( \frac{\beta}{N_i} \sum_{|x_i - x_j| < l} \{ \sin(\theta_j - \theta_i + \alpha) - \sin \alpha \} \right) \quad (2)$$

$$H(x) = \Omega_{max} \tanh \frac{x}{\Omega_{max}}$$

$$\frac{2\pi}{\Omega_{max}} v_0 = 2\pi R \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{r}_i(t) = (x_i(t), y_i(t))$  は個体  $i$  の位置 ( $i = 1, 2, \dots, N$ )、 $N$  は個体数、 $\theta_i(t)$  は個体の進行方向、 $\xi_i(t)$  は白色ガウスノイズ、 $\sigma$  はノイズ強度、 $\beta$  は相互作用の強さ、 $|v_i| = 0.3$ 、 $\alpha$  は個体同士が相互作用して方向を合わせるときに生じる回転方向の偏りである。この個体はランダムウォークをする。さらに式 (2) の相互作用項の部分には回転速度に限界を持たせるために  $H$  関数 (式 (3)) を導入しており、 $\Omega_{max}$  は角速度で

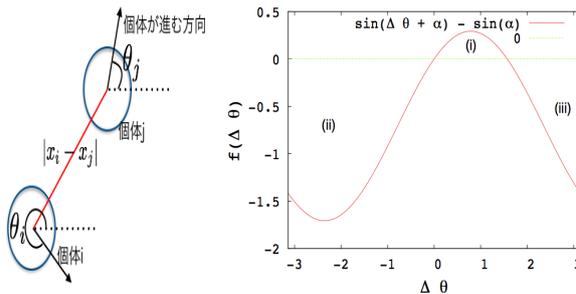


図 1: モデルの概略。

ある。空間を 2 次元とし、 $L \times L$  の周期境界条件を課さないとする。

モデルは単純で、個体  $i$  と個体  $j$  の距離  $|x_i - x_j|$  が相互作用半径  $l$  より小さい場合に個体  $i$  が個体  $j$  の進行方向に向きを合わせるとする。  $\sin(\theta_j - \theta_i + \alpha) - \sin \alpha$  は、 $\theta_i$  が  $\theta_j$  の値に近づく作用を表す。  $\alpha$  は  $[-\pi, \pi]$  の値をとる。

図 1 右は  $\alpha = \frac{\pi}{4}$  の  $\sin(\theta_j - \theta_i + \alpha) - \sin \alpha$  のグラフである。  $f(\Delta\theta) = \sin(\Delta\theta + \alpha) - \sin \alpha$  とおき、  $f(\Delta\theta) = 0$  を解くと、  $\Delta\theta = 0, \pi - 2\alpha$  を得る。ここで  $\pi - 2\alpha$  を分水嶺と呼ぶ。(i)  $\theta_i$  からみた  $\theta_j$  の位相が分水嶺 (ここでは  $\frac{\pi}{2}$ ) より小さく、かつ個体  $i$  に先行して動いている時、個体  $i$  は速度をあげて個体  $j$  に追いつこうとする。つまり個体  $i$  は反時計回りに動く。(ii) 個体  $j$  が個体  $i$  の後方にいる場合、個体  $i$  は速度を減衰して個体  $j$  の速度に合わせる。つまり個体  $i$  は時計回りに動く。(iii) 個体  $j$  が個体  $i$  に先行しているが、 $\theta_i$  からみた  $\theta_j$  の位相が分水嶺より大きい場合、個体  $i$  は (ii) の場合と同様に速度を減衰して個体  $j$  の速度に合わせる。つまり時計回りに動く。図 1 右のグラフからみてわかるように、負の領域のほうが多いため、 $\alpha = \frac{\pi}{4}$  のとき全体としては時計回りの動きが多くなる。このように  $\alpha$  の値が個体の回転方向に影響を与えることがわかる。またシミュレーションでは並んで走る状態を安定に保つために  $|\alpha| < \frac{\pi}{2}$  とする。

## 3 シミュレーション結果

シミュレーションではパラメーター値を  $L = 20$ 、 $\beta = 1$ 、 $\sigma = 0.5$ 、 $l = 2.0$ 、 $N = 300$  とした。初期条件は、すべての個体の位置を中央部にランダムに配置し、その進行方向  $\theta_i$  は範囲  $[0, 2\pi]$  の一様乱数で与えた。計算スキームはオイラー法 (時間ステップ  $dt = 0.01$ ) である。

図 2 は  $\alpha$  の値を変化させた場合のシミュレーション結果である。上 2 つは  $\alpha = 0.5$  で、下 2 つは  $\alpha = 1.0$  の時の結果である。 $\alpha$  の値が大きいと集団全体の回転半径は小さくなる。また  $\alpha = 1.0$  のときは魚の回遊運動の動きに似ている。さらに全体としてどの程度、集団運動が起こっているかを調べるために個体の方向の平均をとる。

$$Q = \left| \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i \right| \quad (5)$$

$Q$  の値は個体全体の方向が揃っている場合は 1 に近づき、個体全体の方向が揃わず無秩序、もしくはトラスになっている場合 0 に近づく。図 3 は  $Q$  の時間発展の様子を  $\alpha$  ごとにプロットしている。これからわかるように、 $\alpha$  の値を大きくすると  $Q$  の値は小さくなる。 $\alpha = 1.0$  のときは、 $Q$  の値が 0 に近づいている。しかし無秩序になっているわけではなく、図 2 からわかるように、回遊半径が小さくなり、実際の魚の回遊運動に似た様子が観察できた。

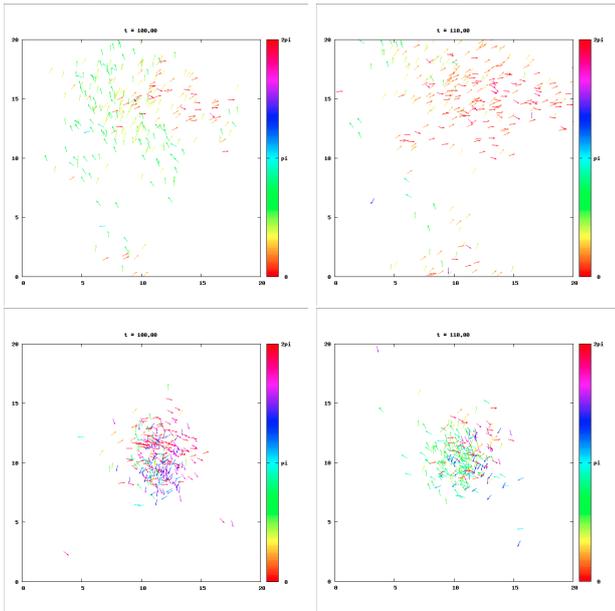


図 2: 個体の位置のスナップショット。  
 (左上)  $\alpha = 0.5, t = 100$ . (右上)  $\alpha = 0.5, t = 110$ .  
 (左下)  $\alpha = 1.0, t = 100$ . (右下)  $\alpha = 1.0, t = 110$ .

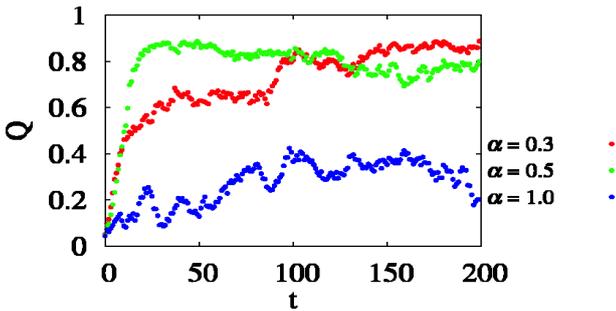


図 3:  $Q$  の時間発展.

さらに回遊運動について詳しく調べるために、初期配置を円形にしてシミュレーションを行う。このときノイズ強度  $\sigma$  を 0 にして、適切なパラメータを用いると円運動を保つ。そのパラメータは初期半径の大きさによって異なる。円運動が起こるパラメータは以下の通りである。

| $\alpha$ | 相互作用半径 | 相互作用強度 |
|----------|--------|--------|
| 0.5      | 2.0    | 1.1    |
| 0.3      | 3.0    | 1.2    |
| 0.2      | 4.0    | 1.2    |

図 4 左の場合、綺麗な円運動をしているから  $Q$  の値は 0 になる。また少しパラメータがズレると結果は図 4 右のようになり、円運動をしなくなる。また円運動が起こっていることは、分散によっても調べられる。図 5 は分散の時間発展の様子をプロットしたものである。図 5 左は円運動が起こっている場合で、綺麗な波形を描いている、対照的に右は円運動が崩壊して、伸縮運動している場合の分散の様子をプロットしたものである。

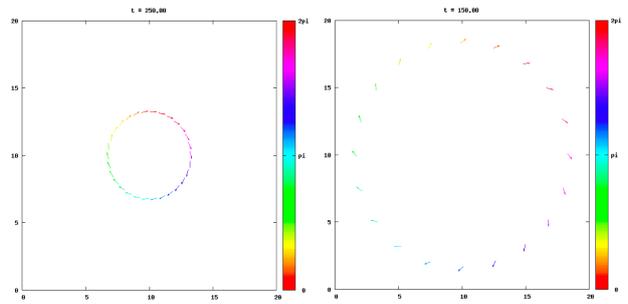


図 4: 個体の位置のスナップショット。  
 (左)  $\alpha = 0.3, r = 3.0, \beta = 1.2, t = 250$ .  
 (右)  $\alpha = 0.2, r = 4.0, \beta = 1.1, t = 150$ .

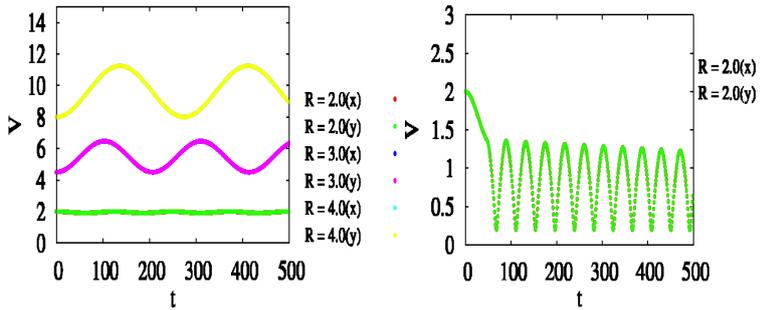


図 5: 分散  $V$  の時間発展  
 (左) 円運動している場合。  
 (右) 円運動が崩壊している場合。

#### 4 まとめ

回転方向に非対称性を持たせるために  $\alpha$  を導入することにより、全体として回転するようになった。また  $\alpha$  の値が増加するにつれて、集団の回転半径は小さくなり  $\alpha = 1.0$  で実際の魚に似た回遊運動が見られた。さらに回遊運動について詳しく調べるために初期配置を円形にすると適切なパラメータのときに安定状態となり、トーラス状態を保つ、そしてそのトーラス状態は、秩序パラメータ  $Q$  と分散  $V$  の値の両方によって数値的にも確認することができた。

#### 参考文献

- [1] Pawel Romanczuk, Iain D. Couzin, and Lutz Schimansky-Geier. Collective motion due to individual escape and pursuit response. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 102, p. 010602, Jan 2009.
- [2] 八田武志. 左対右 きき手大研究. 株式会社化学同人, 2008.
- [3] Tamás Vicsek, András Czirók, Eshel Ben-Jacob, Inon Cohen, and Ofer Shochet. Novel type of phase transition in a system of self-driven particles. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 75, pp. 1226–1229, 1995.