

合流河川内の流れの数値シミュレーション -中川と綾瀬川を例として-

理学専攻・情報科学コース 櫻井美翔 (指導教員：河村哲也)

1 はじめに

蛇行形状をもつ河川に大量の水が流れると曲がり
りが大きい部分から氾濫が起きやすくなる。また、
あまり勾配がない河川に大量の水が流れ込むと、
元の水量に戻るまで時間がかかることが知られて
いる。東京都葛飾区に流れる中川と綾瀬川につい
て、中川は蛇行形状の性質を綾瀬川は低勾配の性
質を強くもっており、これまでの洪水で周辺の住
宅地域に甚大な被害を与えている。

そこで本研究の目的を水防関係水位の算定とお
き、目標は効率的な3次元流体計算法の開発とし、
特に自由表面をもち河床変動する実在流路におい
て流入流速を変化させたときの河川の状態の比較
に注目した。そのため、非圧縮性ナビエ・スト
ークス方程式を基礎方程式にとり、合流部分を含む
流路内の自由表面流れと河床変動に対する数値計
算⁽¹⁾⁽²⁾を拡張して3次元数値シミュレーションを
行う。

2 モデル

蛇行形状の河川を東京都葛飾区高砂および青砥
地区に流れる中川の蛇行部分を参考にし、直線流
路は綾瀬川を参考にし、その合流部付近を中心に
モデル化した。図.1は真上から見た流路の形状で
ある。

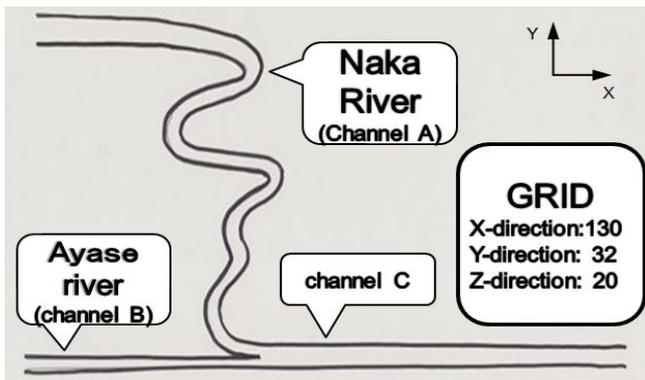


図 1: 中川と綾瀬川のモデル

ここで、蛇行形状をもつ中川を模した流路を流
路 A、直線流路をもつ綾瀬川を模した流路を流
路 B、合流後の直線流路を流路 C とする。
流出口の川幅を 1 としたときのそれぞれの流路の
川幅比は流路 A:流路 B:流路 C = (2:1:1)、流
路全体の縦横比を(縦:横) = (60:80)、流路 A と
流路 B の間隔幅を 20、とした。

3 計算方法

3.1 基礎方程式

無次元基礎方程式は連続の式 (3.1) と非圧縮性
Navier-Stokes 方程式 (3.2)~(3.4) である。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - g \quad (3.4)$$

ここで、 t は時間、 x は流入方向の座標、 y は横断
方向の座標、 z は鉛直方向の座標、 u, v, w は各々の
流速成分、 g は無次元重力加速度、 Re はレイノル
ズ数、 p は圧力を表している。無次元化は流入速
度と合流後の川幅をもとに行なった。

3.2 基礎方程式の計算方法

方程式 (3.1)~(3.4) を計算座標 (ξ, η, ζ) に変換し
て、フラクショナル・ステップ法を用いて解いた。
なお、高レイノルズ数でも安定に計算できるよう
にするため、非線形項は 3 次精度上流差分で近似
した。

自由表面は、各座標における水面の位置を流速
にしたがって移動させることにより表現した。こ
のとき、水平方向の格子座標を固定して、高さは
移動後の水面の位置から補間して求めた。また、
河床の変動については、河床面において砂の量が
保存されることにより表現した。

3.3 境界条件

水面と河床は時間とともに z の方向の位置を変
化させる。水面は自由境界、側面および底面はす
べりなし境界、流入口は一様流入、流出口は自由
流出とした。

3.4 初期条件

底面および水面は平面とした。
水平断面内の完全流体の流れを考え、流れ関数 ψ
に対するラプラス方程式

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 \quad (3.5)$$

の解から

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (3.6)$$

に従って (u, v) の計算を行った。この速度を、水深方向に一定として初期条件とした。

4 計算条件

計算格子は流れ方向の格子数を 130, 横断方向の格子数を 32, 深さ方向の格子数を 20 とした。また、初期の水深は流路 C の幅 (= 1) に対して 0.1 と設定した。合流幅を基準にとった時のレイノルズ数は 1875 である。表の中の入口流速は (綾瀬川, 中川) を意味する。

case1 に比べて case2 は中川の入口流速を 0.1 倍、case3 は中川の入口流速を 2.5 倍にした。一定の勾配 ($\frac{1}{40000}$) を設けた矩形固定河床と河床変動を考慮した計算を 10000 ステップ繰返した後の凸凹河床において、3次元の自由表面を含む流れを計算する。

	case1	case2	case3
レイノルズ数	1875	1875	1875
Δt	0.0001	0.0001	0.0001
入口流速	(1, 1)	(1, 0.1)	(1, 2.5)
入口水深/川幅	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

表 1: 計算条件

5 計算結果

図 2 に case1 の水面形状が安定した後の水位分布を示した。図 3 は case1 の合流部付近の断面 ($y-z$ 平面) の渦度分布を示している。

図 2 の河床の相違による水位分布に変化はみられなかったが、図 3 の安定した後の渦度分布に大きな差があった。

図 4 に case2 の水面形状が安定した後の水位分布を示した。図 5 は case2 の合流部付近の断面 ($y-z$ 平面) の渦度分布を示している。

図 4 の河床の相違によって、合流部で水位分布の差がでる。図 5 の渦度分布は似ている。case1 に比べ、水位分布では差がなかったが、渦度分布では安定した後の平坦河床の断面図で渦のまわる向きが逆になっている。

図 6 に case3 の水面形状が安定した後の水位分布を示した。図 6 は case3 の合流部付近の断面 ($y-z$ 平面) の渦度分布を示している。

図 6 の河床の相違によって、蛇行部から合流部で水位分布に差がでる。図 7 の渦度分布は似ている。case1 に比べ、水位分布では流路全体で水位分布が大きく異なり、渦度分布では安定した後の平坦河床の断面図で渦のまわる向きが逆になっている。

6 結言

本研究では以下の結果を得ることができた。
 (1) ノートパソコン (CPU:core i5) で $0.2/sec/step$ 程度の比較的短い時間で 3次元流体計算を行うことに成功した。

(2) 合流部分の流路内の流速分布や渦の発生数・位置が流入流速によって異なった。

(3) 水位は入口流速に依存するが、合流後の流速にも大きく影響される様子が見られた。

これより、流路内にできる渦は下流の水位に大きく影響を与え、乱れた流れが定常流になるまでには流入流速の速さに依存することがシミュレーション結果の比較により推察される。

今後の研究として、流路内の渦度分布と水面形状変化の関連性を数値的に検証する予定である。

参考文献

- [1] 管 牧子, "数値シミュレーションの乾燥地環境問題への応用", お茶の水女子大学大学院人間文化研究科複合領域科学専攻 (1999)
- [2] 河村哲也, "河川のシミュレーション!", 山海堂, 4 (2004), ISBN4-381-01688-2

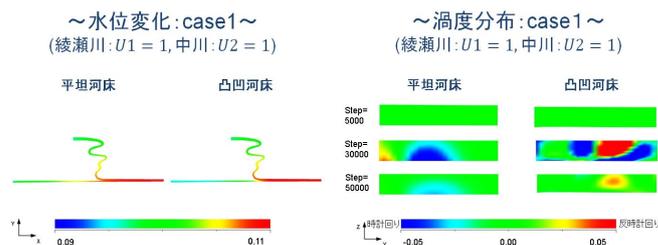


図 2: 水位分布

図 3: 渦度

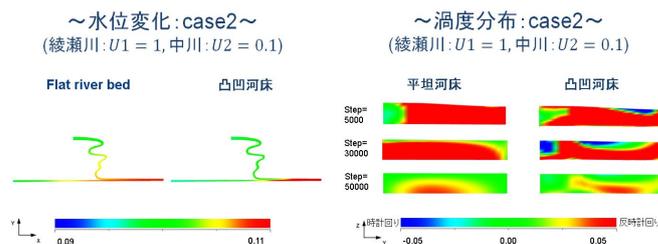


図 4: 水位分布

図 5: 渦度

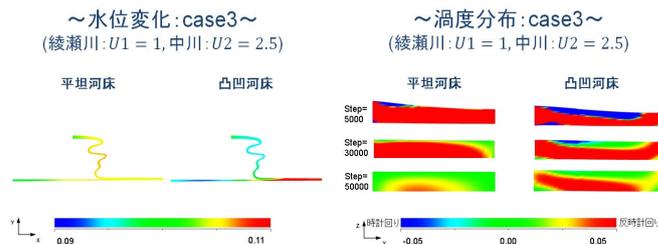


図 6: 水位分布

図 7: 渦度