

# 変形を考慮した血管内の流れのシミュレーション

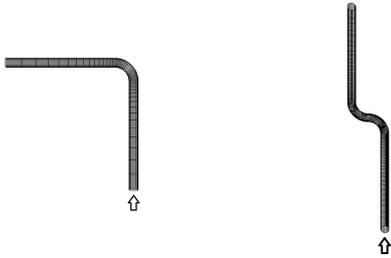
理学専攻 情報科学コース 藤田 真衣 (指導教員: 河村 哲也)

## 1 はじめに

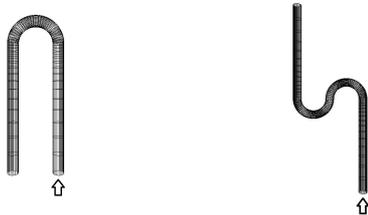
日本人の死因順位の第1位は悪性新生物(全死亡者に占める割合は28.9%)、第2位は心疾患(同15.5%)、第3位は肺炎(同9.4%)、第4位は脳血管疾患(同9.0%)となっている。心疾患や脳血管疾患は、血管の狭窄や動脈硬化、動脈瘤の発生とその破裂、さらに血栓の発生など、さまざまな原因で引き起こされ、いずれの場合にも、血流が大きな要因であると考えられる。そこで、血管内の流れを解析し検証した。

## 2 格子生成

4種類の血管の形状を取り上げ、極座標を用いて以下のような格子を生成した。(流入部は矢印で示した。)  
 [Case1] 20 × 45 × 30 [Case2] 20 × 60 × 30



[Case3] 20 × 60 × 30 [Case4] 20 × 90 × 30



## 3 計算方法

### 3.1 基礎方程式

血液はニュートン流体であると仮定する。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (4)$$

長さの長い血管内の流れを、通常の非圧縮性 Navier-Stokes 方程式(1)~(4)式を用いて解析すると、非圧縮性の条件を満たすことは困難である。そこで本研究では、流れを主流とそれからのずれの和で表す。すなわ

ち  $u = f(t) + \tilde{u}$ 、 $p = -f'x + c + \tilde{p}$  とおいて、(1)~(4)式に代入する。

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + (f + \tilde{u}) \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + v \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} + w \frac{\partial \tilde{u}}{\partial z} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial z^2} \right) \quad (6)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (f + \tilde{u}) \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (7)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + (f + \tilde{u}) \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial z} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (8)$$

(5)~(8)式を、壁面に沿った一般座標系に変換したあと、フラクショナル・ステップ法を用いて解いた。

$u$  :  $x$  方向の速度成分 ( $\tilde{u}$  : ずれ)  
 $v$  :  $y$  方向の速度成分  $w$  :  $z$  方向の速度成分  
 $p$  : 圧力 ( $\tilde{p}$  : ずれ)  $t$  : 時間  $Re$  : レイノルズ数  
 $f$  : 主流速度 (時間の関数)  $c$  : 定数

### 3.2 血管壁の計算方法

血管は弾性体であり、圧力が高ければ膨張し、低ければ縮小する。そこで、ばねの方程式を使用する。

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -k(r - r_0) + a\tilde{p}$$

$r$  : 血管の半径  $k$  : 弾性に関する定数  
 $a$  : 外力に関する定数  
 $\tilde{p}$  : 平均値からの圧力のずれ (まわりとの圧力差)

## 4 計算結果

以下の条件で計算を行った。

レイノルズ数 : 100 時間刻み幅 : 0.005

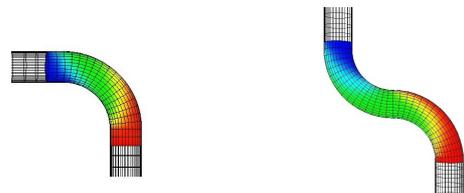
時間ステップ : 1000 境界条件 :  $u = 1.0, v = 0.0$

### 4.1 圧力

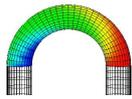
曲線部の外側の圧力が高くなっている。

[Case1]

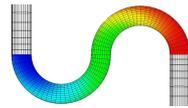
[Case2]



[Case3]



[Case4]

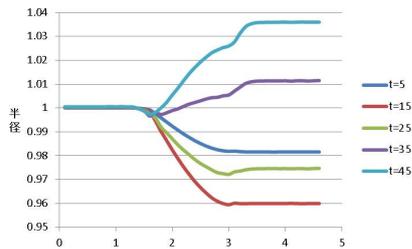


## 4.2 半径

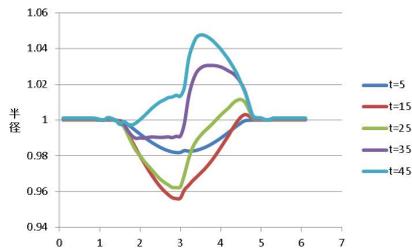
半径がどのように変化しているかをグラフで示した。 $k$  (弾性に関する定数) は 1.0 とした。グラフの左側が流入部、右側が流出部である。

直線部では一定であり、曲線部で増減がみられた。[Case2] と [Case4] を比べると、曲がりの大きい [Case4] の方が半径の変化も大きい。

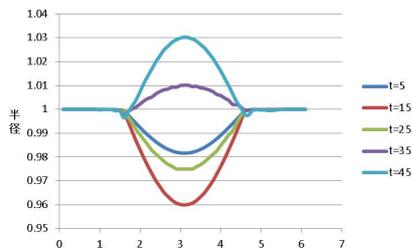
[Case1] 横軸 1.6~3.1 が曲線部



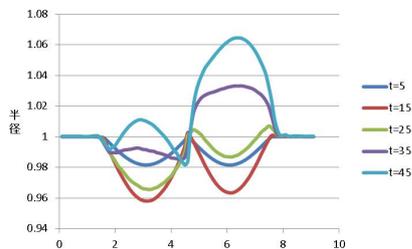
[Case2] 横軸 1.6~4.6 が曲線部



[Case3] 横軸 1.6~4.6 が曲線部

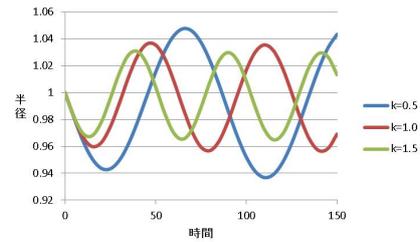


[Case4] 横軸 1.6~7.6 が曲線部

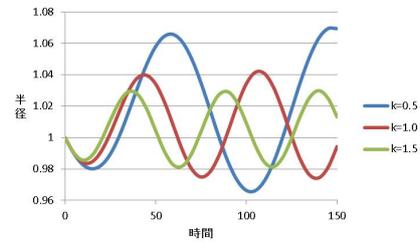


次に、ある場所において、時間が経過すると半径がどのように変化するかをグラフで示した。 $k$  (弾性に関する定数) の値が小さいほど、振幅が大きく、周期が長くなっている。

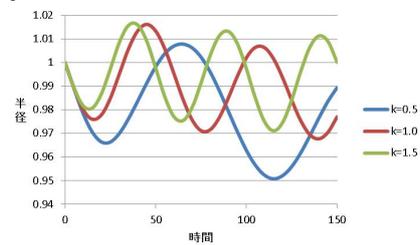
[Case1] 左のグラフの横軸 = 4.0 での時間変動



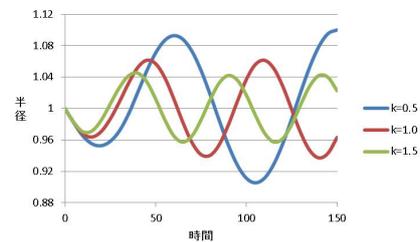
[Case2] 左のグラフの横軸 = 4.0 での時間変動



[Case3] 左のグラフの横軸 = 4.0 での時間変動



[Case4] 左のグラフの横軸 = 6.0 での時間変動



## 5 まとめと今後の課題

血管の曲線部に圧力が高くなる部分がみられた。高い圧力がかかった血管は傷ついて硬くなり動脈硬化が進みやすくなる。動脈硬化が進行すると、心臓に負担がかかるため心不全などの心疾患につながる。また、血管が破れ、脳出血などが起こる危険性もある。今後の課題としては、さらに複雑な形状の血管について解析することや、実際の臨床データを用いて検証することなどが挙げられる。

## 参考文献

- [1] 河村哲也：「数値シミュレーション入門」サイエンス社
- [2] 厚生労働省ホームページ <http://www.mhlw.go.jp/>