

# 落下中の紙片の回転運動の数値シミュレーション

理学専攻・情報科学コース  
田中 柚里

## 1. はじめに

紙が舞い落ちる運動は、流体と物体の相互作用に関する問題の典型例の一つであり、そのカオスの挙動の解明は物理学の知識を前進させる。

本研究は、数値シミュレーションを行い、結果を解析することで、紙の落下運動をその重心まわりの運動から解明してゆく試みである。

## 2. 計算方法

### 2.1 基礎方程式と解法

落下中の紙片のまわりの空気を非圧縮性流体とみなし、連続の式(2.1.1)、ナビエ-ストークス方程式(2.1.2)を連立させ、フラクショナルステップ法を用いて時間発展的に解を求める。

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2.1.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{v} \quad (2.1.2)$$

$\nabla$  : 勾配演算子       $p$  : 圧力  
 $\mathbf{v}$  : 流速ベクトル       $\Delta$  : ラプラシアン  
 $t$  : 時間       $Re$  : レイノルズ数

### 2.2 回転運動の方程式

紙片は均一で変形しないとする。落下中の紙片の周りには空気の圧力差が生じる。紙片上の圧力分布から、紙片に働くモーメントを求め、重心まわりで剛体回転の運動方程式(2.2)を使い、回転角(角速度)を算出する。反時計回りを正とする。z軸まわりの回転は重要でないとして無視した。

$$I_x \frac{d^2 \theta_x}{dt^2} = N_x, \quad I_y \frac{d^2 \theta_y}{dt^2} = N_y \quad (2.2)$$

$I_i$  : 慣性モーメント       $\theta_i$  : 回転角  
 $N_i$  : 力のモーメント      ※  $i$  軸周りの成分

## 3. モデル化・格子生成

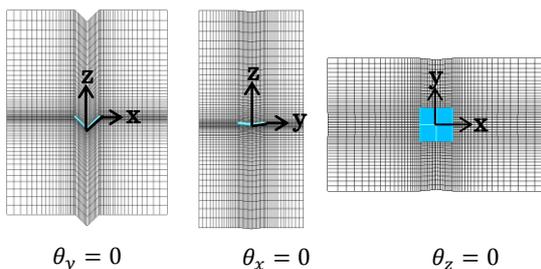


図 3.1.1 格子生成

モデル A~C は、本研究で扱ったモデルの一例である。各モデルにおいて、x, y 軸方向の変形や回転角  $\theta$  の初期値を変えて設定したときの計算結果を比較する。

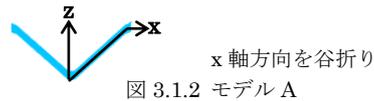


図 3.1.2 モデル A



図 3.1.3 モデル B

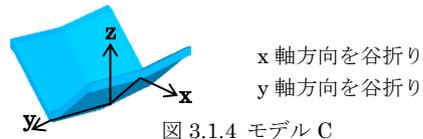


図 3.1.4 モデル C

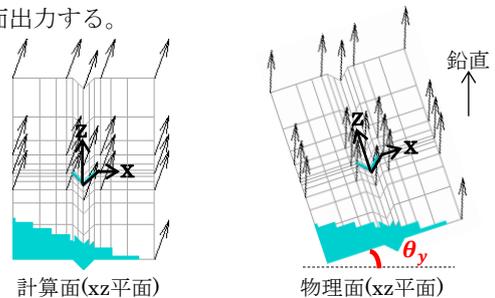
## 4. 計算面から物理面への出力

### 4.1 計算面での計算

観測者は紙片の重心に固定する。紙片は落下するため、観測者の座標系では落下速度と逆方向の速さの風が紙片にあたっていることになる。紙片と風のあたる角度に注目し、計算面上では紙片(格子)を固定し、風向が適当に変化するよう境界条件を設定する。

### 4.2 物理面での表現

理解しやすいよう、表現上は風向を鉛直上向きに固定し、紙片(格子)が運動するよう座標変換して画面出力する。



矢印: 流速ベクトル

底部の物体: 地面

図4 初期( $t=0$ )の計算面と物理面 (モデルB)

## 5. 平面における棒の落下 (モデルA)

### 5.1 初期条件

モデル A では定数に関し次の値を設定した。  
 時間間隔 $\Delta t=0.005[s]$ ,  $Re=40$ , x 軸方向の谷折角度  
 $=95[度]$ , 風速 $=2[cm/s]$ , 紙の代表長さ $=3[cm]$   
 回転軸は y 軸である。

### 5.2 計算結果

図 5.2 は、各時点での角速度の計算結果である。  
 凸部を下にして落とされた紙は、重心まわりに振  
 動を続ける。一方凸部を上にして落とされた紙は、  
 半回転し凸部を下にしたのち、重心まわりに振  
 動を続ける様子がわかる。

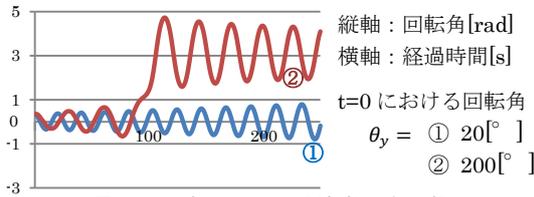


図 5.2 y 軸まわりの角速度の時間変化

## 6. 地面付近(地上数十 cm)から落下する場合 (モデル B)

地面に見立てた上面が平らな物体を、流速度に  
 合わせ紙片に接近させる。流速度ベクトルは当然  
 地面に垂直となる。

### 6.1 初期条件

モデル B では定数に関し次の値を設定した。  
 時間間隔 $\Delta t=0.005[s]$ ,  $Re=40$ , x 軸方向の谷折角度  
 $=90[度]$ , 風速 $=2[cm/s]$ , 紙の代表長さ $=3[cm]$   
 回転軸は y 軸である。 $t=0$ における回転角には次  
 の値を設定した。  $\theta_y = 20[^\circ]$  ]

### 6.2 計算結果

図 6.2 は、各時点での角速度の計算結果である。  
 地面のある場合と、無い場合を比較したとき、地  
 面に近づくほど紙片の回転運動が起こりにくくな  
 っているとわかる。

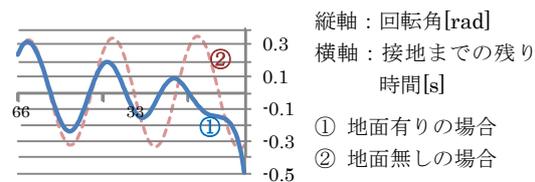


図 6.2 y 軸まわりの角速度の時間変化

## 7. 地上数mで落下している場合 (モデル C)

### 7.1 初期条件

モデル C では定数に関し次の値を設定した。  
 時間間隔 $\Delta t=0.005[s]$ ,  $Re=40$ , x 軸方向の谷折角度  
 $=90[度]$ , y 軸方向の谷折角度  $158[度]$ , 風速 $=2[cm/s]$ ,  
 紙の代表長さ $=3[cm]$   
 回転軸は x 軸, y 軸である

### 7.2 計算結果

図 7.2.1 は、各時点での角速度の計算結果である。  
 紙片が空中で振動し、その振幅が徐々に減少し、  
 $\theta_y = 0$  に近づく様子がわかる。

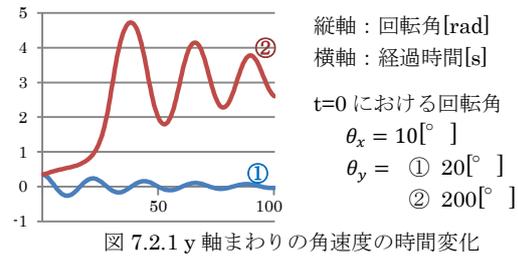


図 7.2.1 y 軸まわりの角速度の時間変化

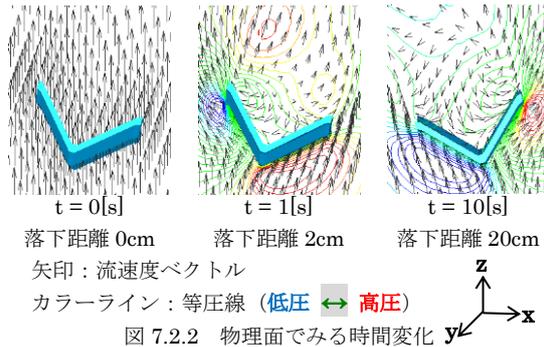


図 7.2.2 物理面でみる時間変化

## 8. 実験結果との比較 (モデル A)

### 8.1 実験

実際に物を落下させた様子をキャプチャし、シ  
 ミュレーション結果と比較する。例えば折ったコ  
 ピー用紙片等を落下させる(図 8.1)。

### 8.2 比較結果

各落下物の、実際の落下途中の  
 重心周りの運動の様子は、シミュ  
 レーション結果とほぼ一致して  
 いると確認した。



図 8.1 落下させた紙片

## 9. まとめと今後の課題

本研究では、落下中の物体とその周りの空気動  
 きの様子を、実際の数値計算の結果として示し、  
 または条件の一部を変化させて比較し、考察した。  
 更に実験結果とも合うと確認し、紙の落下運動の  
 問題を解くのに本研究は有用であると分かった。

今後は、重心まわりの回転の方向を 3 方向に拡  
 張し、風速も変化させたい。