

音波伝播のシミュレーションと風車騒音への応用をめざして

理学専攻 情報科学コース 三木 麻梨子 (指導教員: 河村 哲也)

1. はじめに

近年、問題になっている、エネルギー源の枯渇や地球温暖化の対策のひとつとして注目されているのが、風力・太陽・光等の地球にやさしいエネルギーである。中でも、風車による風力発電は、自然の風を利用したクリーンな発電方法として、注目されている。

その一方で、騒音問題・電波障害・景観障害などの欠点が挙げられている。風車に限らず、騒音問題や振動問題がますます深刻になってきている昨今、音の発生や伝播の予測が必要とされている。その方法として、数値シミュレーションが活用されている。

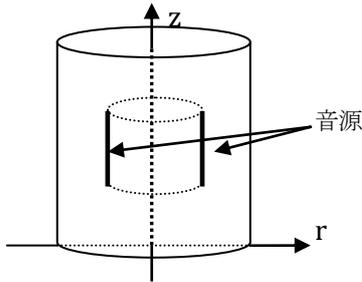
そこで、本研究では、音波の基本現象と共に、回転する音源周りの解析を行った。モデルとして、Fig.1 に示す垂直軸揚力型のジャイロミル型風車を考える。波動性の考慮を重視するため、波動方程式を差分法によって解いた。



(Fig.1) ジャイロミル型風車

2. モデル化

本研究では、回転する音源周りの音波を観察するため、円柱座標系の3次元空間領域を考えた。円柱内の一部を音源と考え、それを回転させる。(Fig.2)



(Fig.2)

3. 計算方法

3-1. 基礎方程式

基礎方程式として、下記の3次元波動方程式を用いた。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (3.1.1)$$

(u: 空気密度または圧力、c: 音波の伝播速度、t: 時間)
以下の2通りについて検証した。

(1) 固定座標系

式 (3.1.1) を以下の極座標変換を用いると次式が得られる。

$$x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (3.1.2)$$

音源が、時間とともに角速度 ω で回転するとして計算する。

(2) 回転座標系

音源の回転とともに回転する座標系を考え、音源を格子に固定した状態で計算する。固定座標系(x,y,z)から回転座標系(X,Y,Z)への変換には以下の関係式を用いた。

$$\begin{cases} x = X \cos(\omega T) + Y \sin(\omega T) \\ y = -X \sin(\omega T) + Y \cos(\omega T) \\ t = T \end{cases} \quad \begin{cases} X = x \cos(\omega t) - y \sin(\omega t) \\ Y = x \sin(\omega t) + y \cos(\omega t) \\ T = t \end{cases}$$

(ω : 回転角速度)

上記関係式によって式 (3.1.1) を座標変換し、以下の式を得た。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial T^2} = & c^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial Z^2} \right) - \omega^2 Y \left(Y \frac{\partial^2 u}{\partial X^2} - \frac{\partial u}{\partial Y} \right) \\ & - \omega^2 X \left(X \frac{\partial^2 u}{\partial Y^2} - \frac{\partial u}{\partial X} \right) + 2\omega^2 XY \frac{\partial^2 u}{\partial X \partial Y} \\ & - 2\omega X \frac{\partial^2 u}{\partial T \partial Y} + 2\omega Y \frac{\partial^2 u}{\partial T \partial X} \end{aligned} \quad (3.1.3)$$

次に、3次元円柱座標系にて式 (3.1.3) を解くために、同上の極座標変換を用いて、次式を導出した。

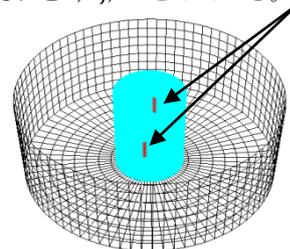
$$\frac{\partial^2 u}{\partial T^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \left(\frac{c^2}{r^2} - \omega^2 \right) \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{c^2}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - 2\omega \frac{\partial^2 u}{\partial \theta \partial T} \quad (3.1.4)$$

3-2. 差分方法

波動方程式の数値解法には、中心差分法を用いる。時間方向・空間方向共に、2次精度の中心差分(陽解法)を用いて近似した。ただし、(3.1.4) の最後の項 $\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)$ については、後退差分を用いて近似した。

3-3. 格子生成

格子数は、半径方向(r)に50、周方向(θ)に81、軸方向(z)に40とした。円柱の中心は回転軸としている。計算においては、それぞれをi, j, kとしている。音源



(Fig.3)

3-4. 境界条件

(1) r 方向

円周 ($r = r_{\max}$) においては、反射要素のない空間を考えるため、完全吸収条件 (3.4.1) を用いた。また、中心軸 ($r = r_1$) に関しては、回転中心軸条件 (3.4.2) を用いた。

$$\left(\frac{\partial}{\partial r} - \frac{\partial}{\partial T}\right) u \Big|_{r=r_{\max}} = 0 \quad (3.4.1)$$

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial u}{\partial r}\right) \Big|_{r=r_1} = \frac{-u_2 + u_1}{-r_2^2/4 + r_1^2/4} \quad (3.4.2)$$

(r_1 : 最も中心に近い格子点, r_2 : r_1 の 1 つ外側の格子点)
($u_1 = u(r_1)$ $u_2 = u(r_2)$)

(2) θ 方向

周方向には、周期境界条件を与えた。

(3) z 方向

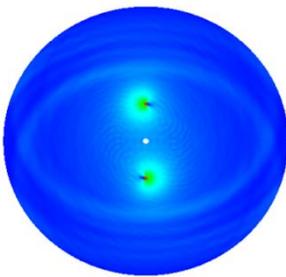
上面・下面 ($z=0, z_{\max}$) 共に、r 方向と同様に完全吸収条件 ((3.4.1) において r を z に置き換えた式) を用いた。

4. 計算結果

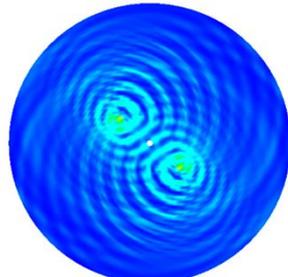
音源を $k=17 \sim 25$ の長さに固定し、2 か所対称 $(i,j,k)=(14,21,k),(14,61,k)$ に配置し、10000step 計算した。角速度として $\omega = 0.05 \times \pi$ (反時計回り) を設定した。

4-1. 固定座標系

Fig.4,5 は、軸方向で音源中央 ($k=21$) の水平断面での密度の時間変化を示したものである。

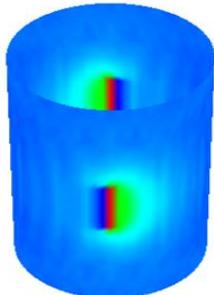


(Fig.4) 7880step
(音源静止)

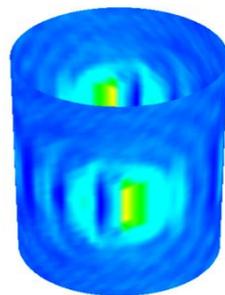


(Fig.5) 7880step
(音源回転)

Fig.6,7 は、半径方向音源位置 ($i=14$) での円筒面での密度の時間変化を示したものである。



(Fig.6) 7880step
(音源静止)



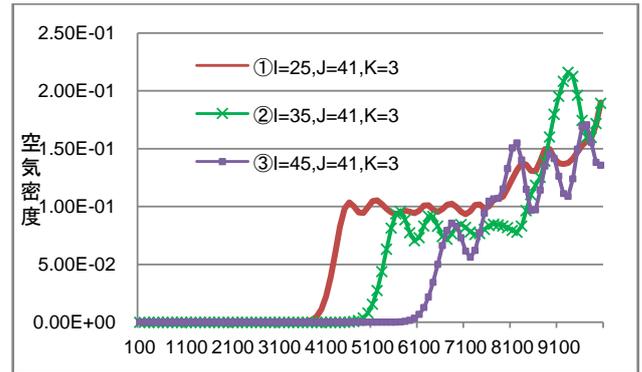
(Fig.7) 7880step
(音源回転)

Fig.5,7 では、2つの音源からの波が時間的に干渉し、周辺に広がっていく様子が現われている。

音源が静止している Fig.4,6 と比較すると、Fig.5,7 共に、回転の前方向に波が圧縮され間隔が密になるのに対して、後方向は間隔が疎になり、ドップラー効果が起きていることが分かる。

次の Fig.8 は地面に近い水平面 ($k=3$) 上で、半径方向の異なる 3 点 ($i=25,35,45$) における密度変化を比較したものである。音源に近い点から順次、音波が伝わっていることが

分かる。近接点 ($i=25$) に比べて、遠方の点 ($i=35,45$) の方が、波の干渉で密度変化が大きく現われている。

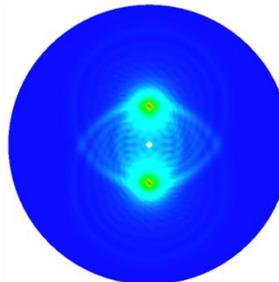


(Fig.8)

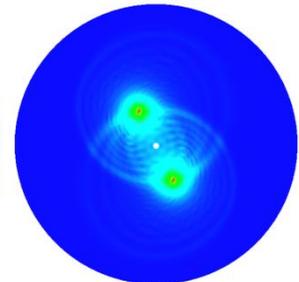
4-2. 回転座標系

固定座標系では、音源が Fig.3 に示した同心円 ($i=14$) 上の格子点を時間的に移動するとした。音源周りの特性を精度良く取り扱うため、回転座標系で音源近傍を計算した。

Fig.9, 10 は音源が静止した場合と回転した場合を、同一の時間ステップで比較したものである。Fig.9 では、音波が左右対称になっているのに対して、Fig.10 では、回転によって音波が非対称に歪んでいる様子が現われている。



(Fig.9) 3720step



(Fig.10) 3720step

5. まとめと今後の課題

本研究では、円柱座標の 3 次元空間に音源を 2 つ設置し、差分法による数値計算を用いて、回転する音源周りを解析した。音源を回転させる固定座標系による解析、また、回転座標系による解析共に、良い結果を得ることができた。また、ドップラー効果もとらえることができた。

今後の課題として、風速や音の反射など他の要因を考慮し、音波の伝わりをシミュレーションしていきたい。また、風車の構造を厳密に再現し、ブレード数による違いも観察していきたい。

謝辞

本研究を進めるにあたり、ご尽力くださいました指導教員の河村哲也先生・諸先輩方に深く感謝いたします。

参考文献

- [1] 桑原邦郎・河村哲也：流体計算と差分法 2005 [朝倉書店]
- [2] 高見頼郎・河村哲也：偏微分方程式の差分法 1994 [東京大学出版会]
- [3] 割田真弓：「閉空間内における音波の伝播の数値シミュレーション」お茶の水女子大学大学院数理・情報科学専攻修士論文平成 16 年度
- [4] 河村哲也：エネルギーと風車 2003 [山海堂]
- [5] Kunio Kuwahara and Yuko Oshima: Thermal Convection Caused by Ring-Type Heat Source [JPS Vol.51, No.11]
- [6] 牛山泉：風車工学入門 2002 [森北出版株式会社]