

n 手 2 本ジャンケンの不規則性解析

深谷詩穂 (指導教員：長尾篤樹)

1 はじめに

理論計算機科学では様々なゲームの研究が行われている。ゲームはグラフを用いて表現することができるものが多く、ジャンケンもその一つであり、[1] や [2] など、多くの先行研究がある。本稿では [1] で提案された一般化ジャンケンに拡張させ、 n 手 2 本ジャンケンの性質を確認し、一般化ジャンケンとの違いを述べる。

2 一般化ジャンケン

本章では [1] で提案された一般化ジャンケンの定義を確認する。

ジャンケンは全てトーナメント、すなわち非対称完全有向グラフで表すことができる。図 1 において、それぞれの頂点は出す手のことであり、グーからチョキに接続される辺は、グーがチョキに勝つということを意味している。

2.1 無駄手

様々なジャンケンの中には、無駄な手を含むものが存在する。例えば図 2 のグーチョキパーにポットを加えたジャンケンである。このジャンケンではポットもグーも、パーには負け、チョキには勝つことができる。しかし、グーはポットに負けるため、このジャンケンを遊ぶ人はグーを出さずにポットを出してしまい、グーは無駄な手となる。そのためこのジャンケンは結果として、グーチョキパーのグーをポットにしただけのジャンケンと同じようになってしまう。

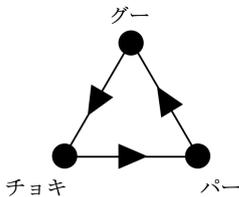


図 1

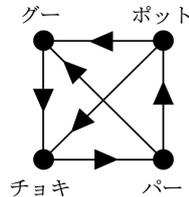


図 2

2.2 不規則性

では、無駄手を含まない同じ手数ジャンケンの中でどのようなジャンケンが面白いのかを考える。例として、図 3 と図 4 を比べてみる。どちらも 7 手の無駄手を含まないジャンケンである。

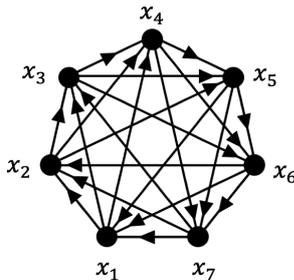


図 3

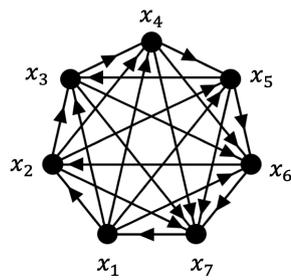


図 4

それぞれの手がいくつの手に勝つことができるかを見てみる。図 3 のジャンケンは、全て 3 つの手に勝つことができる。それに比べて図 4 のジャンケンは、 x_1 から順に、5 つ、4 つ、3 つ、2 つ、1 つの手に勝つことができる。このとき、図 3 のジャンケンではどの手を出しても勝てる確率は同じであるため、さほど作戦を考えずに出す手を決めると考えられる。それに対し図 4 のジャンケンでは、相手が一番弱そうな x_7 を出さないと感じて一番強そうな x_1 を出すのか、それとも相手が x_1 を出すことに賭けて x_7 を出すのか、など様々な作戦を練ると考えられる。このように、それぞれの手の強さの違いが大きければ大きいほど、つまり不規則性が大きいほどジャンケンは面白いと期待できる。トーナメント $T = (V, A)$ において、 $x \in V$ から出ていく辺数を $deg^+(x)$ 、入ってくる辺数を $deg^-(x)$ とし、ジャンケンの不規則性 $irr(T)$ を次のように計算する。

$$irr(T) := \sum_{x \in V} (deg^+(x) - deg^-(x))^2 \quad (1)$$

3 n 手 2 本ジャンケン

本章では n 手ジャンケンにさらに一般化して n 手 2 本ジャンケンを考える。

3.1 ルール

n 手 2 本ジャンケンは、ジャンケンホイホイと呼ばれることがある。そのルールは以下のようなものとする。

1. 両手でそれぞれ好きな手を選んで相手に見せる。
2. 相手の出した手を踏まえてどちらか片方の手を隠す。
3. それぞれの隠さなかった方の手でジャンケンの勝敗を決める。

3.2 不規則性の定義

n 手 2 本ジャンケンの不規則性を測る方法として、一般化ジャンケンで用いた式 (1) を用いる。また、一般化ジャンケンではそれぞれの頂点は一つの手であったが、 n 手 2 本ジャンケンでは二つの手の組み合わせを一つの頂点として考える。そのため一般化ジャンケンとは違い、必ず勝ち負けが決まるとは限らなくなる。そこで、2 本の手の組み合わせを $\langle a, b \rangle$ と書くとし、頂点 $\langle a, b \rangle$ から頂点 $\langle c, d \rangle$ への辺に以下のように重みを考え、頂点 $\langle a, b \rangle$ から出る全ての辺の重みの総和を $deg^+(\langle a, b \rangle)$ 、頂点 $\langle a, b \rangle$ に入る全ての辺の重みの総和を $deg^-(\langle a, b \rangle)$ とする。

1. $\langle a, b \rangle$ が必ず $\langle c, d \rangle$ に勝つことができる場合。頂点 $\langle a, b \rangle$, 頂点 $\langle c, d \rangle$ 間には頂点 $\langle a, b \rangle$ から頂点 $\langle c, d \rangle$ へ接続する重み 1 の辺が存在する。
2. それぞれが最善の手を出したときにあいことなる場合。頂点 $\langle a, b \rangle$, 頂点 $\langle c, d \rangle$ 間の辺の重みは 0 である。
3. 1, 2 以外の場合で、 $a = c, a = d, b = c, b = d$ のいずれかである場合。

同じ手のうち、相手のもう片方の手に勝つことができる組み合わせの頂点からもう片方の頂点へ接続する重み $1/4$ の辺が存在する。

例えば、 $\langle \text{グー}, \text{チョキ} \rangle$ と $\langle \text{グー}, \text{パー} \rangle$ 間では、グーはチョキに勝つことができるので $\langle \text{グー}, \text{パー} \rangle$ から $\langle \text{グー}, \text{チョキ} \rangle$ へ接続される重み $1/4$ の辺が存在する。

4. a, b, c, d 全てがそれぞれ相手の片方の手に負け、もう片方の手に勝つことができる場合。
頂点 $\langle a, b \rangle$, 頂点 $\langle c, d \rangle$ 間の辺の重みは 0 である。

3.3 n 手 2 本ジャンケンの性質

本章では前章で定義された n 手 2 本ジャンケンについて、一般化ジャンケン [1] との性質の違いを確認する。また、 n 手ジャンケン T とするときの n 手 2 本ジャンケン T^2 と表記する。

3.3.1 5 手 2 本ジャンケン

図 5 のスポック・リザードジャンケンは、元のジャンケンの不規則性が 0 であり、5 手ジャンケンの中で最も小さなものである。また、図 6 のキング・フリージャンケンは、元のジャンケンの不規則性が 8 であり、5 手の中で最も大きなものである。それぞれの 5 手 2 本ジャンケンにおける不規則性は図 5 は 40 、図 6 は 96 である。ここで、図 5 を $T_{5,r}$ 、図 6 を $T_{5,m}$ とすると $irr(T_{5,r}) < irr(T_{5,m})$ であり $irr(T_{5,r}^2) < irr(T_{5,m}^2)$ である。

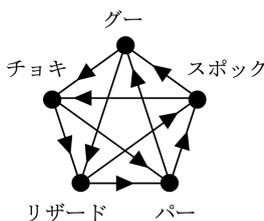


図 5

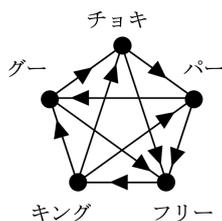


図 6

3.3.2 7 手 2 本ジャンケン

図 3 は元のジャンケンの不規則性が 0 であり、7 手ジャンケンの中で最も小さいものである。図 4 は元のジャンケンの不規則性が 40 であり、7 手ジャンケンの中で最も大きいものである。図 7 と図 8 の元のジャンケンの不規則性はそれぞれ $8, 32$ である。これらの 7 手 2 本ジャンケンにおける不規則性は、図 3 から順に、 $504, 1478, 558, 1320$ となる。図 3 から順に、 $T_{7,r}, T_{7,m}, T_{7,(4,2)}, T_{7,(5,1)}$ とすると $irr(T_{7,r}) < irr(T_{7,(4,2)}) < irr(T_{7,(5,1)}) < irr(T_{7,m})$ であり $irr(T_{7,r}^2) < irr(T_{7,(4,2)}^2) < irr(T_{7,(5,1)}^2) < irr(T_{7,m}^2)$ である。

3.3.3 6 手 2 本ジャンケン

では、元のジャンケンにおいて不規則性が同じとき、 n 手 2 本ジャンケンでの不規則性も同じになるのかを確認してみる。図 9, 図 10, 図 11 は全て元のジャンケンにおける不規則性が 6 で同じものである。これらの 6 手 2 本ジャンケンにおける不規則性は、図 9 から順にそれぞれ、 $144, 178, 178$ となる。図 9 から順に $T_{6,a}, T_{6,b}, T_{6,c}$

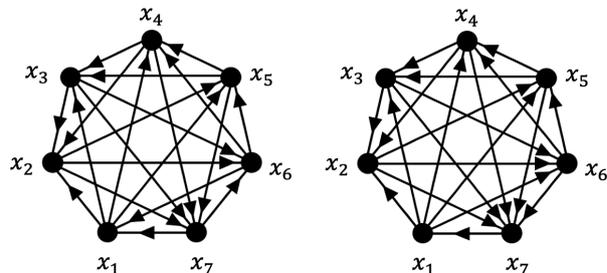


図 7

図 8

とすると $irr(T_{6,a}) = irr(T_{6,b}) = irr(T_{6,c})$ であるが、 $irr(T_{6,a}^2) \neq irr(T_{6,b}^2) = irr(T_{6,c}^2)$ である。図 9 と図 10, 図 11 の 6 手 2 本ジャンケンにおける不規則性が違う理由として、各頂点が属する 3cycle の数の違いが考えられる。図 9 では全ての頂点が 4 つの 3cycle に属している。一方で、図 10 では x_1 が 3 つ、 x_5 が 5 つの 3cycle に、また図 11 では x_2 が 3 つ、 x_4 が 5 つの 3cycle に属している。これらの違いにより、辺の重みが変わることで 6 手 2 本ジャンケンにおける不規則性に違いが現れたと考えられる。これより以下の定理が成り立つ。

定理 1. $irr(T_1) = irr(T_2)$ であっても、それらを元にした n 手 2 本ジャンケン T_1^2 と T_2^2 において $irr(T_1^2) \neq irr(T_2^2)$ となるようなともに n 手ジャンケンである T_1 と T_2 の組が無数存在する。

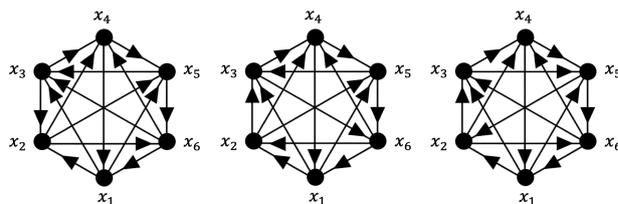


図 9

図 10

図 11

4 まとめ

本研究では n 手 2 本ジャンケンの定義を行い、その不規則性を解析した。その結果、定理 1 を得ることができた。また、5 手ジャンケンと 7 手ジャンケン T を 2 本ジャンケンにした場合を観察すると次の予想が立てられる。

仮説 2. 任意の n 手ジャンケンの組 (T_1, T_2) とその n 手 2 本ジャンケン (T_1^2, T_2^2) に対し、 $irr(T_1) < irr(T_2)$ ならば $irr(T_1^2) < irr(T_2^2)$ が成り立つ。

仮説 2 の確認のため、任意の n における n 手 2 本ジャンケン T を解析する必要がある。

参考文献

- [1] Hiro Ito. How to generalize janken-rock-paper-scissors-king-flea. In *Thailand-Japan Joint Conference on Computational Geometry and Graphs*, pages 85–94. Springer, 2012.
- [2] Hiro Ito and Yoshinao Shiono. Number of ties and undefeated signs in a generalized janken. In *Japanese Conference on Discrete and Computational Geometry and Graphs*, pages 143–154. Springer, 2015.