

# 安定な電力網の設計原理

上田潮里 (指導教員：郡宏)

## 1 はじめに

地球温暖化や資源枯渇等の対策にはどのようなものがあるだろうか？ 例えば、省エネや創エネと言われるものがある [1]。前者はエネルギーを節約、後者は再生可能エネルギーの導入を進めるという方法である。そういった考えから再生可能エネルギーの導入や検討が各国で進み始めている。今後、風力や太陽光発電等、新たな小規模発電設備が増えていくことが予測される。

新たな発電設備が増えた時、単に元のネットワークから1つ送電線を伸ばして付け足す方法が最もシンプルである。しかし、そのようにして付け足された設備はデッドエンドと呼ばれ、電力網の安定性を損なう可能性があることが指摘されている [2]。安定して送電するためには、新たな設備をネットワークにどのように追加するかを考える必要がある。

送電ができるためには、発電所と消費者の電圧の周波数がすべて一致していなければならない [3]。つまり、電力網は大域的に同期している必要がある。通常は同期していても、落雷などによって大きな摂動が局所的に与えられると、同期から外れた状態（非同期状態）に遷移する場合がある。このような非同期状態により遷移しづらい電力網がより安定であると言える。先行研究 [2] では、後述する basin 安定性という概念を用いて電力網の安定性を議論し、電力網を不安定化させる要因を明らかにした。

本研究では、先行研究 [2] と同じ数理モデルと解析手法を用いて、小規模な電力網の安定性を調べ、電力網を最も安定化させるネットワーク構造を明らかにすることを試みる。

## 2 モデルと basin 安定性

先行研究 [2] で提案された、次式で与えられる数理モデルを考える。

$$\dot{\theta}_i = \omega_i, \quad (1)$$

$$\dot{\omega}_i = -\alpha_i \omega_i + P_i - \sum_{j=1}^N K_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j). \quad (2)$$

ここで、 $\theta_i$  と  $\omega_i$  はノード  $i$  の電圧の位相、電圧の角周波数、 $\alpha_i$  は減衰定数、 $P_i$  は入力されるエネルギー、 $K_{ij}$  はノード  $i$  と  $j$  を繋ぐ送電容量である。 $P_i > 0$  ならば発電機、 $P_i < 0$  ならば消費者となる。ノード  $i$  と  $j$  が繋がっていれば  $K_{ij} = K_{ji} > 0$ 、繋がっていない場合は  $K_{ij} = 0$  とする。簡単のため、 $K_{ij} = K_{ji} = K$  とした。 $-\alpha_i \omega_i$  は抵抗力で失われるエネルギー、 $K_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)$  は送電されるエネルギーを表す。このモデルは

$$\Delta\theta_{i1} = \theta_i - \theta_1, \quad (3)$$

$$\Delta\omega_{i1} = \omega_i - \omega_1 \quad (i = 2, 3) \quad (4)$$

とおくことにより、 $N - 1$  個の式に簡略化することができる。

まず図1で表される、1つの発電機と1つの消費者で表される2ノード系を考え、先行研究 [2] で提案された basin 安定性について説明する。

2ノード系の変数は  $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ ,  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$  の2変数である。パラメータ値を  $P_1 = -0.5$ ,  $P_2 = 0.5$ ,  $\alpha_i = 0.1$  としたときの、相平面の構造を図1に示した。この系には、同期状態を表す安定な固定点  $(\Delta\theta, \Delta\omega) = (\arcsin \frac{\Delta P}{2K}, 0)$  と、非同期状態を表すリミットサイクルが存在する。総平面上にプロットされた点  $(\Delta\theta, \Delta\omega)$  は、同期状態に収束する初期状態を表す。それ以外の点は非同期状態に収束する。同期状態に収束する初期状態が多ければ多いほど、同期状態は摂動に対して安定に保たれると言える。そこで、プロットした領域全体に対する basin 領域の割合を basin 安定性  $S$  と呼ぶ [2]。basin 安定性  $S$  の  $K$  依存性を図2(d)に示した。 $K$ が増加するほど、 $S$ も増加することが確認できる。この結果から、送電容量  $K$  を大きくすれば繋ぎ方を考える必要がないように思われる。しかし、現実問題として経済的理由などから  $K$  をあまり大きくすることができないため、繋ぎ方の工夫を考えると意義のあることである。

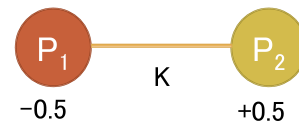


図1: 2ノード系

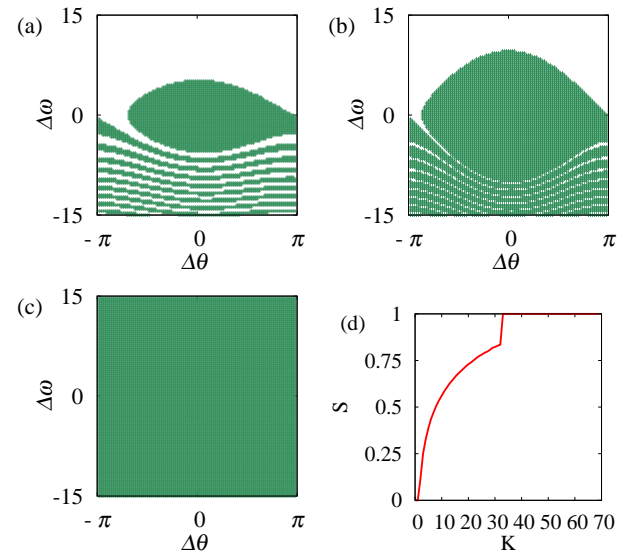


図2: 2ノード系における相平面の構造と安定性。緑の領域は同期解に収束する初期点の集合、すなわち basin を表す。(a)  $K = 4$ 。(b)  $K = 12$ 。(c)  $K = 32.5$ 。(d) basin 安定性  $S$  の送電容量  $K$  依存性。 $K$  の増加とともに basin が広がることが確認できた。

### 3 3ノード系の解析結果

本研究では図3に表される2つの3ノード系の比較を行った。パラメーター値を  $P_1 = -0.5$ ,  $P_2 = 1$ ,  $P_3 = -0.5$ ,  $\alpha_i = 0.1$  とした。

直線に繋いだ場合、ノード  $P_1$ ,  $P_2$  がデッドエンドとなる。三角形に繋いだ場合、デッドエンドとなるノードは存在しない。よって、三角形に繋いだ場合の方が basin 安定性が高いのではないかと予想を立てた。

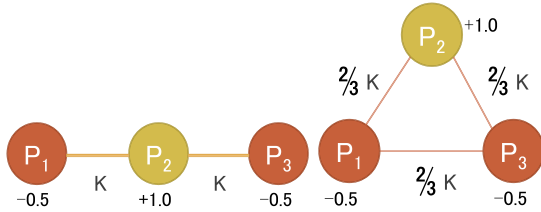


図3: 2種類の3ノード系。(左図)直線に繋いだ場合。(右図)三角形に繋いだ場合。

各繋ぎ方において、ノード  $P_2$  または  $P_3$  に摂動を与えるシミュレーションをした。紫が  $P_2$  に摂動を与えた場合、緑が  $P_3$  に摂動を与えた場合を表す(図4)。直線に繋いだ場合(図4(a))、三角形に繋いだ場合(図4(b))いずれにせよ  $P_2$  に摂動を与えた場合の方が basin 安定性  $S$  が低く不安定である。直線に繋いだ場合に関しては、デッドエンド(この場合は  $P_1, P_3$ )と直接繋がっているノード(この場合は  $P_2$ )に摂動を与えるとデッドエンドと直接繋がっていない他のノードに摂動を与えた時よりも安定性が損なわれる、という先行研究[2]の結果に沿っている。しかし、三角形に繋いだ場合に関しては、一見デッドエンドが存在しないのにも関わらず、ノード  $P_2$  に摂動を与えた方が不安定となった。これは、 $P_2$  のみに摂動を与えた場合に限り、ノード  $P_1$  と  $P_3$  の電位差がない状態のままであることが原因ではないかと考えた。電位差がない時、電流が0となる。よって、ノード  $P_1$  と  $P_3$  の間に電流が流れないということになり、この2つのノードは実質繋がっていないデッドエンドとみなすことができる。つまり、三角形に繋いでいても  $P_2$  のみに摂動を与えた場合に限り、ノード  $P_1$  と  $P_3$  は実質デッドエンドとなるのである。これが原因でノード  $P_2$  に摂動を与えた方が不安定になったと考えられる。

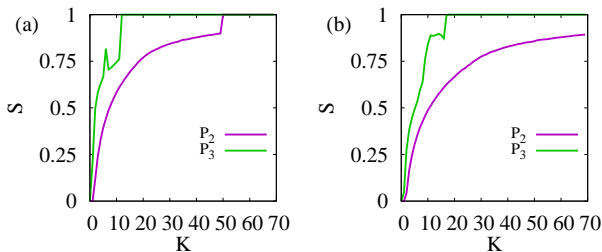


図4: 3ノード系の  $S$  の  $K$  依存性。紫が  $P_2$  に摂動を与えた場合、緑が  $P_3$  に摂動を与えた場合を表す。(a)直線に繋いだ場合。(b)三角形につないだ場合。  $P_2$  に摂動を与えた場合の方が不安定であることがわかった。

さらに、ノード  $P_2$ ,  $P_3$  に摂動を与えた場合同士を異なるつなぎ方(直線と三角形)で比べた(図5)。青は直線に繋げた場合、黄色は三角形に繋げた場合を表す。  $P_2$  に摂動を与えた場合(図5(a))を比べると明らかに三角形に繋いだ場合の方が不安定である。  $P_3$  に摂動を与えた場合(図5(b))も、デリケートな部分はあるが全体的には三角形に繋いだ場合の方が不安定である。よって、予想に反して、3ノードの場合は三角形に繋いだ方が不安定であることがわかる。

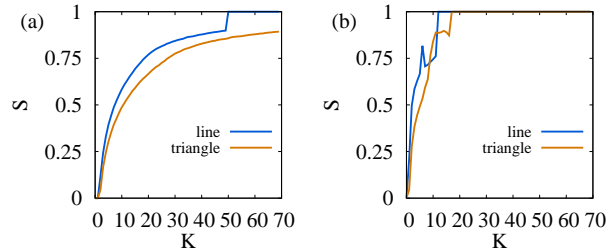


図5: ノード  $P_2$  または  $P_3$  に摂動を与えた場合同士で2種類のつなぎ方の安定性を比較。青は直線に繋げた場合、黄色は三角形に繋げた場合を表す。(a)  $P_2$  に摂動を与えた場合の直線構造と三角形構造の  $S$  の  $K$  依存性。(b)  $P_3$  に摂動を与えた場合の直線構造と三角形構造の  $S$  の  $K$  依存性。三角形構造の方が不安定であることがわかった。

### 4 まとめと今後の課題

2ノード系, 3ノード系の双方で送電容量  $K$  が大きいほど basin 安定性も増加することが確認できた。3ノード系の場合は、ノード  $P_2$  に摂動を与えた方が不安定になること、三角形に繋いだ方が不安定であることがわかった。特に、三角形に繋いだ場合の方が不安定になるというのは、直感に反する結果となったため興味深い。

今後はなぜ三角形に繋いだ場合の方が不安定になるのかを調べたい。そして、大規模なネットワークの安定性に应用できるかどうかを検討したい。

### 参考文献

- [1] 金森有子. 温暖化の対策 Q10 家庭でできる温暖化対策. [http://www.cger.nies.go.jp/ja/library/qa/26/26-2/qa\\_26-2-j.html](http://www.cger.nies.go.jp/ja/library/qa/26/26-2/qa_26-2-j.html).
- [2] Peter J Menck, Jobst Heitzig, Jürgen Kurths, and Hans Joachim Schellnhuber. How dead ends undermine power grid stability. *Nature communications*, Vol. 5, p. 3969, 2014.
- [3] 岡本浩. 「電気を送る～電気の品質と送る技術～」電力輸送, 電気の品質(周波数, 電圧). [http://www.iee.jp/wp-content/uploads/honbu/03-conference/data-31/symp\\_140203/doc02.pdf](http://www.iee.jp/wp-content/uploads/honbu/03-conference/data-31/symp_140203/doc02.pdf).