

生物対流の数値シミュレーション

長澤愛 (指導教員：河村哲也)

1 はじめに

鞭毛藻の一種であるクラミドモナスなどの微生物は、特徴的なパターンを形成する流体運動を起こすことが知られており、この現象は生物対流と呼ばれている。クラミドモナスによる生物対流では、一度形成された対流パターンが突如崩れ、対流パターンがより細かいものへと遷移する現象が報告されている(鹿毛ら 2013)。

対流パターンは、容器内の微生物数や容器の大きさ、微生物の遊泳速度などの物理量によって変化することが予想される。生物対流に類似した現象である泡対流においては、これらの物理量による対流パターンの変化について詳細に調べられている(伊賀ら 2007)。しかし、生物対流に該当するパラメータ領域についてはまだ明らかにされていないことが多い。

そこで本研究では、2次元生物対流のパラメータ領域での対流パターンについて、密度不安定モデル(岡村 2014)を用いた数値シミュレーションにより調べた。

2 生物対流の基礎方程式

本研究の計算では、微生物を個体数密度で表す密度不安定モデルを用いた。このモデルの基礎方程式はナビエ・ストークス方程式と微生物数密度の移流拡散方程式から構成される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho_w} \frac{\partial p}{\partial x} + \eta_w \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho_w} \frac{\partial p}{\partial y} + \eta_w \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \\ &\quad - n_p A_p \frac{\rho_p - \rho_w}{\rho_w} g \quad (1) \\ \frac{\partial n_p}{\partial t} + u \frac{\partial n_p}{\partial x} + (v + v_p) \frac{\partial n_p}{\partial y} &= k \left(\frac{\partial^2 n_p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 n_p}{\partial y^2} \right) \end{aligned}$$

代表長さを水槽の深さ H 、代表速度を微生物の上昇速度 v_p 、そして代表密度を全空間に対する微生物の平均密度 n_0 として上記基礎方程式を無次元化すると以下ようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} &= 0 \\ \frac{\partial U}{\partial T} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} &= -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \\ \frac{\partial V}{\partial T} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} &= -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - Pr \cdot Ra \cdot N \\ \frac{\partial N}{\partial T} + U \frac{\partial N}{\partial X} + (V + 1) \frac{\partial N}{\partial Y} &= \frac{Pr}{Sc} \left(\frac{\partial^2 N}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial Y^2} \right) \end{aligned}$$

ここで、レイリー数 Ra 、プラントル数 Pr 、シュミット数 Sc はそれぞれ次式で定義される。

$$\begin{aligned} Pr &= \frac{\alpha}{v_p}, \quad Ra = \beta \frac{n_0}{v_p}, \quad Sc = \frac{\eta}{k} \\ \alpha &= \frac{\eta}{H}, \quad \beta = \frac{\Delta \rho \cdot g H^2 A}{\rho \cdot \eta} \end{aligned}$$

ただし、 $\eta = 10^{-2} [g/cm \cdot s]$, $\Delta \rho = 0.05 [g/cm^3]$, $\rho = 1 [g/cm^3]$, $g = 980 [cm/s^2]$, $A = \frac{4}{3} \pi r^3 [cm^3]$, $k = 5 \times 10^{-4} [cm^2/s]$ である。

対流パターンに関する各物理量は、これら3つの無次元パラメータに集約される。これらの無次元パラメータにより、対流パターン結果を整理する。

3 条件

本研究では、無次元パラメータに対する対流セルの数を調べることにする。そのためには、空間について水平方向に十分に広くとる必要がある。ここでは容器の縦横比を1:15、格子数を 24×360 とした。

生物対流の代表的な値を Ra , Pr に代入すると、 Ra , Pr のオーダーは共に 10^0 程度である。その事に考慮して、本研究では $10^{-8} \leq Ra \leq 10^2$, $10^{-3} \leq Pr \leq 10^1$ の範囲で数値計算を行った。また、 Sc については 10^3 に固定した。

時間については実時間に換算して初期状態から1000秒までの計算を行い、その時間範囲内での対流パターンの変化を観測した。

4 結果

Ra と Pr を変化させた結果、図1に示すような相図が得られた。

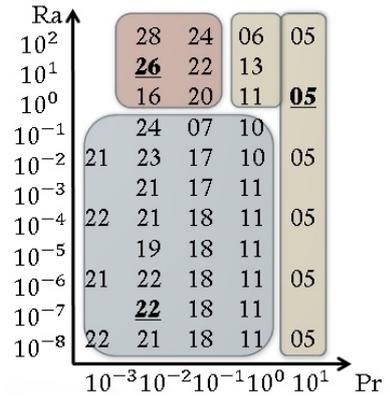


図1: Ra と Pr に対する対流セルの数

Pr が小さくなるに従い、対流セルの数が増える傾向がみられる。

また、対流の時間変化に着目すると、対流パターンは大きく3つに分類された。以下に各パターンの特徴などを挙げていくことにする(図中で下線付き太文字のところを具体的な例として用いた。)

4.1 パターン1：定常対流

$Ra = 10^{-7}$, $Pr = 10^{-2}$ の場合の実時間 1000 秒における微生物数密度を図2に、流速ベクトルを図3に表す。

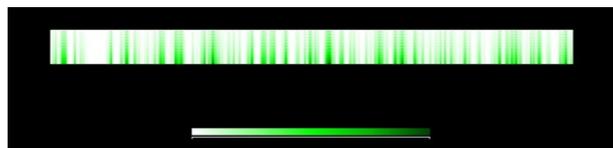


図 2: 微生物数密度 $Ra = 10^{-7}$, $Pr = 10^{-2}$



図 3: 流速ベクトル $Ra = 10^{-7}$, $Pr = 10^{-2}$

初期に対流パターンが形成され、以後は対流が消滅することなく同一の場所で変化なく起き続けた。

Pr が同一で Ra が異なるものについて比較すると、 Ra が小さいものほど流速が小さい傾向がみられた。

4.2 パターン2：非定常対流

$Ra = 10^0$, $Pr = 10^1$ の場合の実時間 1000 秒における微生物数密度を図4に、流速ベクトルを図5に表す。



図 4: 微生物数密度 $Ra = 10^0$, $Pr = 10^1$

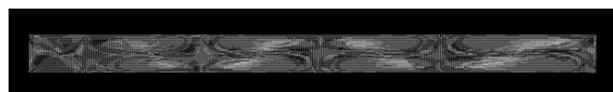


図 5: 流速ベクトル $Ra = 10^0$, $Pr = 10^1$

初期のパターンから徐々に横長の対流セルへと変化した。時間と共に流速が弱まるものの、時間経過中対流が消滅することがなく対流セルに変化が続いた。

Pr が同一で Ra が異なるものについて比較すると、 Ra が小さいものほど流速が小さい傾向がみられた。

4.3 パターン3：対流の崩壊

$Ra = 10^1$, $Pr = 10^{-2}$ の場合の実時間 1000 秒における微生物数密度を図6に、流速ベクトルを図7に表す。

初期に対流が生じるが、時間と共に底面付近の微生物数密度が上昇し、最終的に対流は消滅して底部の微生物密集領域が水平方向に運動を続けた。

Pr が同一で Ra が異なるものについて比較すると、 Ra が大きくなるほど対流の崩れが早まった。また、崩れた後の底部の水平方向の運動も Ra が大きくなると激しくなる。



図 6: 微生物数密度 $Ra = 10^1$, $Pr = 10^{-2}$

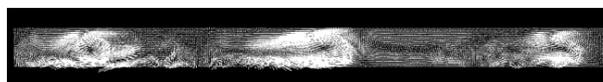


図 7: 流速ベクトル $Ra = 10^1$, $Pr = 10^{-2}$

5 考察

図1に表されるように Pr と Ra を変えることによって様々な対流パターンが生じることが示された。ここでは、 Pr 、 Ra それぞれに着目して対流パターンの変化との関係を考察する。

まず、 Pr について考える。 Pr は微生物の運動に対する水の粘性の比を表している。 Pr が小さくなると、水の粘性が小さくなり微生物の遊泳が容易になるので対流セルが細かくなったのではないかと考えられる。

次に Ra について考える。 Ra は微生物の上昇効果に対する重力の比を表している。 Ra が大きくなると、微生物の個体数密度が高まって重くなることによって、底面に沈んでしまったのではないかと考えられる。

6 まとめ

2次元の生物対流を対象とした密度不安定モデルによる数値シミュレーションを行い、無次元パラメータに対する対流パターンについて調べ、以下の結果を得た。

- ・ Pr が小さいほど、対流セルの数が増加する傾向があった。
- ・ Ra が大きいほど流速は強くなり、小さいほど弱まる傾向があった。
- ・ 対流セルの時間変化に注目すると「定常」「非定常」「崩壊」の3つのパターンに分けられる。

7 謝辞

本研究を行うにあたり、永田裕作先生には多くのご助言をいただきました。ここに厚く御礼申し上げます。

参考文献

- [1] Azusa Kage, Chiharu Hosoya, Shoji A. Baba and Yoshihiro Mogami, "Drastic reorganization of the bioconvection pattern of Chlamydomonas: quantitative analysis of the pattern transition response", The Journal of Experimental Biology 216, 57-4566, (2013)
- [2] Keita Iga and Ryuji Kimura, "Convection driven by collective buoyancy of microbubbles", Fluid Dynamics Research 39 (2007) 68-97
- [3] 岡村香奈, "生物対流のパターン形成の数値シミュレーション", お茶の水女子大学修士論文, (2014)