

# 感染症蔓延阻止のための隔離方法

稲井佑紀 (指導教員：工藤和恵)

## 1 はじめに

毎年冬になると、国内ではインフルエンザが流行する。また、近年海外でも MERS やエボラ出血熱が猛威を振ったことは記憶に新しい。これらの蔓延を抑えるために、病人を隔離したりワクチンを打ったりなどの対策がなされるが、そういった対策により感染はどの程度食い止められるのか、その程度に違いはあるのか、本研究ではこれをシミュレーションしていくこととする。

## 2 SIR モデル

感染症の広がりを考えるときに使用される代表的な数理モデルに SIR モデルというものがある。ネットワーク上の各頂点を、S(健康)、I(感染)、R(感染後に免疫取得) の 3 つの状態のどれかに当てはめたものである。

S 頂点に I 頂点が隣接している場合、一定レート  $\lambda$  でその S 頂点は状態 I へ移行する。I 頂点は、隣接点に関係なく一定レート  $\gamma$  で状態 R へ移行する。その後 S 頂点を感染させることはないため、状態 R になることは、そのネットワークから除外されることに同じと考えてよい。 $\lambda$  が大きいほど隣接する頂点を感染させる確率が高いため、状態の移行にかかる平均時間は各レートの逆数で考える。

また、各頂点は個人を表しているが、それらをつなぐ枝には重みが設定されており、重みが大きいほど個人同士の親密度が高いものとする(家族、友人、恋人など)。感染の際はレートに加えこの重みがかかるため、親密度に比例して感染率は増加することになる。このモデルでは十分に時間が経ったときに全頂点が S から R のいずれかになるため、流行規模の大小は最終的な全頂点における R 頂点数の割合で判断する。複雑ネットワーク下で SIR モデルを動かして実行すると、 $\lambda/\gamma$  がある値になるまでは感染は小規模に収束しているが、ある値を超えると急激に感染率が増加するという現象が見られる(この現象を相転移という)。ちなみにこの  $\lambda/\gamma$  の値は次数平均  $\langle k \rangle$  などに依存する。

## 3 SEIR モデル

ここで、SIR モデルに新たに状態 E(潜伏期間中、未発症)を加えた SEIR モデルを紹介する。この数理モデルでは感染症に潜伏期間があることを考慮して、これが流行する経過を計算していく。E 頂点は S 頂点を感染させないものとする。各状態にある頂点数の増減は、次の微分方程式で表せる。

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -\beta \frac{SI}{N}, \\ \frac{dE}{dt} &= \beta \frac{SI}{N} - \epsilon E, \\ \frac{dI}{dt} &= \epsilon E - \gamma I, \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I.\end{aligned}$$

この式における各変数、定数は以下の通りである。

- $N$ : 全頂点数
- $S, E, I, R$ : 各状態の頂点数
- $\beta$ : 状態 S から状態 E への移行レート
- $\epsilon$ : 状態 E から状態 I への移行レート
- $\gamma$ : 状態 I から状態 R への移行レート

更に各レート  $\beta, \epsilon, \gamma$  は次のように作用する。

- 状態 S から E には確率  $\beta \Delta t \times$  (隣接する I 頂点数) で移行
- 状態 E から I には確率  $\epsilon \Delta t$  で移行
- 状態 I から R には確率  $\gamma \Delta t$  で移行

(ここで  $\Delta t$  は微小時間とし、この間状態変化は一つの頂点でしか起こらないものとする。)

本研究では、最小次数 2 の  $N = 500$  の複雑ネットワーク(ハブとなる頂点も存在する)下で、 $\beta$  を 1.0 から 5.0、 $\epsilon$  を 1.0 から 5.0 へ推移、 $\gamma$  を 1.0 に固定させ、シミュレーションを行った。最終的な R の割合の平均値を final size とし、この値で感染規模の大小を比較していく。

## 4 一次隔離

感染の広がりを抑えるために、状態 I となった頂点を見つ次第その頂点につながる枝を全て遮断する(枝の重みを 0 にする)方法をとる。これをここでは一次隔離と呼ぶこととする。ネットワーク上の全頂点の中から最初に状態 I となる頂点をランダムに選び、そこから時間経過させ状態変化と隔離を並列して実行していく。このとき、ある頂点が状態 I となった瞬間から枝を切断するまでの時間を  $t_{\text{isol}}$  とする。この値を  $1/\gamma$  から  $7/\gamma$  まで変化させ、感染をどの程度抑えられているかを観察していく。ちなみにこの値は、状態が次段階に変化するまでの平均時間  $1/\beta, 1/\epsilon, 1/\gamma$  を参考に設定している。

図 1、図 2 はその結果である。どの  $\epsilon$  の値でも、 $t_{\text{isol}}$  が長くても  $5/\gamma$  以下で隔離の効果が表れ始めた。平均潜伏期間が  $1/\epsilon$ 、平均罹病期間は  $1/\gamma$  (今回の施行では  $\gamma = 1.0$  に固定) であるため、このシミュレーションでは E~R 期間は I~R 期間の 1.2~2.0 倍であり、これに対し効果が期待できる隔離開始時間は  $5/\gamma$  だったので、ウイルス感染期間の約 2.5~4.2 倍の期間以内に隔離を開始すれば効果が出てくることになる。 $\epsilon$  が大きいときの方が元の感染割合は大きいものの、隔離効果は顕著に表れた。

また  $\epsilon$  が大きいとき、 $\beta$  が大きくなると共に final size が下降している部分がある。 $\beta, \epsilon$  が共に大きいと状態 I までの移行平均期間が短くなるので一見するとおかしな状況であるが、これは I 頂点が S 頂点しか感染させないことが影響していると考えられる。感染力が強いと、ある頂点が状態 I になった直後、その周辺は一時的には E 頂点が I 頂点の割合が高くなる。しかし、局所的に S 頂点が少なくなってしまうために感染させられる頂点がなくなり、ある程度の時間が経過する

とその周辺で感染が収束してしまう、といった現象が起りやすくなったのではと考えている。

## 5 二次隔離

前節では発症した頂点をターゲットに隔離した。しかし、危険度の高い、または治療法が確立していない感染症の場合は、未発症の人物がいることも考慮して、発症した人物に近い人間も隔離対象になることがある。

そこで、今度は図3のように、感染者につながる人物の枝を遮断する隔離を行うことにした。これを今後は二次隔離と呼ぶ。

今回は出現したI頂点につながる枝の中で最も重みの大きいものを選び、その枝につながるS頂点(感染者と最も近い人物)の枝を全て遮断する、という手法をとる。また、ここでは切断する枝の本数に大きな違いを出さず一次隔離との効果比較をするために、感染者本人は隔離しないものとしてシミュレーションを試みた。(よって、この方法は実際に即して考えると隔離というよりは発症者に近い人物1人にワクチンを打つ、という行為に近い。) 図4、図5はその結果である。ここでも一次隔離のときと同じく、長くても  $t_{isol} = 5/\gamma$  で効果が表れ始めているが、一次に比べ、 $\beta$  が小さい段階で感染の広がりをより効果的に抑えられている。

度の値となっているが、 $t_{isol}$  がそれ以下になると二次隔離の効果が表れ始めた。この効果の違いは  $\epsilon$  が小さいときの方が顕著である。これより、感染力が大きいときは二次隔離を早い段階で行うと効果的であり、さらに潜伏期間が長い感染症の場合だとこの効果が大きく期待できることが予想できる。逆に、このとき対応が遅れてしまった場合はどちらの隔離方法を取っても効果は変わらない。また、 $t_{isol}$  が  $5/\gamma$ 、 $6/\gamma$  の、 $\beta$  が  $1.0\sim 3.0$  の区間であるときに注目する。ここから感染力があまり高くないときには隔離が遅れてしまっても二次隔離方法をとればある程度の効果が期待できることが分かった。

今後は実際に近づけるため、頂点数の大小による違い、状態Eが微小の感染力を持っている場合についてシミュレーションを行い、研究を深めていきたい。

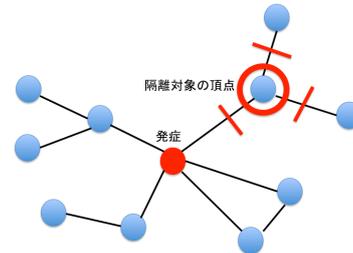


図3: 二次隔離

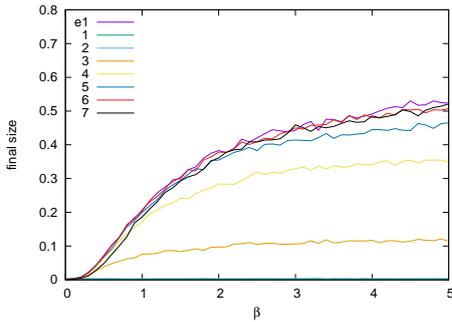


図1:  $\epsilon = 1$  で一次隔離を行った結果。  $t_{isol}$  が  $1/\gamma$  から  $7/\gamma$  の値をとる7パターンをそれぞれ実行。e1は隔離をしなかった場合。

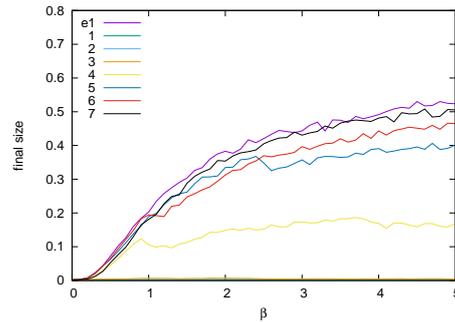


図4:  $\epsilon = 1$  のもと二次隔離を行った結果。各条件は図1に同じ。

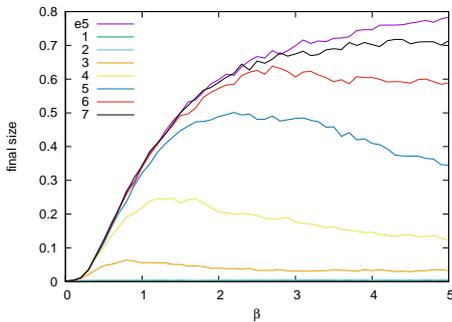


図2:  $\epsilon = 5$  で一次隔離を行った結果。その他実行条件は図1に同じ。

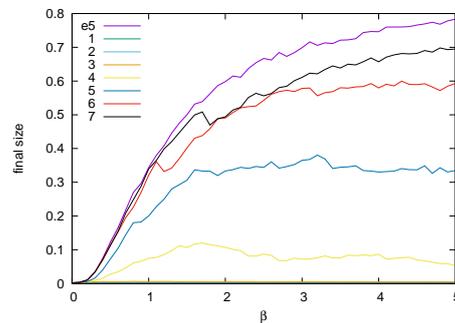


図5:  $\epsilon = 5$  のもと二次隔離を行った結果。各条件は図1に同じ。

## 6 まとめ

ここで一次隔離と二次隔離の比較を行いたい。  $\beta$  が大きい(つまり感染力が高い)ときを見比べてみる。  $t_{isol}$  が  $5/\gamma$  以上のとき、final sizeは二方法とも同程

## 参考文献

- [1] 増田直樹, 今野紀雄「複雑ネットワーク 基礎から応用まで」(2010)