

統計力学的手法による2値画像の修復

稲葉 文香 (指導教員：工藤和恵)

1 はじめに

画像修復とは劣化画像から原画像に可能な限り近いものを求めることである。本研究では、白と黒の2値画像の修復を磁性体の模型であるイジング模型を利用して行う。劣化画像は、各画素の白・黒が独立に劣化率 p で反転したものを想定している。ここで、イジング模型とはスピンの向き、下向きの状態のみをとり、最近接格子点対の相互作用を考慮する格子模型のことである。2値画像の白・黒とイジングスピンの向き (+1)・下向き (-1) が対応関係にあることから統計力学的手法を用いて、2値画像の修復を行う。

2 方法

イジング模型のエネルギーを次のように定義する。

$$E = - \sum_{i,j} h_{i,j} S_{i,j} - J \sum_{\langle (i,j), (k,l) \rangle} S_{i,j} S_{k,l}$$

- $i, j/k, l$: 行, 列 (画素の位置)
- $h_{i,j} = K g_{i,j}$ ($g_{i,j}$: 劣化画像データ)
- $S_{i,j}$: 修復画像データ
- J : 相互作用のパラメータ
- $\sum_{\langle (i,j), (k,l) \rangle}$: すべての隣接スピンについての和

第1項は修復画像と劣化画像が同じなら、第2項は隣同士の画素が同じ色なら、それぞれエネルギーが下がることを意味している。このエネルギーが最小の状態が最適な状態とされている。

原画像 (512 × 480) から劣化率 $p = 0.1$ と $p = 0.2$ の劣化画像を用意する。一様乱数 $r \in [0, 1]$ を生成し、 $r \leq p$ なら白・黒を反転させる方法で作成する。シミュレーテッド・アニーリング法と平均場アニーリング法を用いてこれら2種類の劣化画像を修復する。

図 1: 原画像 図 2: $p = 0.1$ 図 3: $p = 0.2$



2.1 シミュレーテッド・アニーリング (SA) 法

シミュレーテッド・アニーリング法のアルゴリズムは、以下の通りである [1]。

1. 劣化画像のデータと同じスピン配列にする。
2. ランダムに選んだ1つのスピンを反転させる。反転させる前の状態を $X^{(t)}$ 、後の状態を X' とする。
3. エネルギー変化率: $\Delta = \exp(\frac{E-E'}{T})$
 E : 状態 $X^{(t)}$ のときのエネルギー

E' : 状態 X' のときのエネルギー

T : 温度のパラメータ

4. 一様乱数 $r \in [0, 1]$ を生成し、以下のように次の状態 $X^{(t+1)}$ を決める。

$$X^{(t+1)} = \begin{cases} X' & r \leq \Delta \quad (\text{状態更新}) \\ X^{(t)} & \text{otherwise} \quad (\text{状態更新なし}) \end{cases}$$

2~4 を何回か繰り返す。

5. 状態更新 $\rightarrow T$ を下げる: $T = T \cdot dT$
 状態更新なし $\rightarrow T$ を上げる: $T = \frac{T}{dT}$
 (dT は温度変化率、 $0 < dT < 1$)
6. 2 に戻って、同じ操作を繰り返す。

2.2 平均場アニーリング (MFA) 法

平均場アニーリング法のアルゴリズムは、以下の通りである [2]。

1. $S_{x,y} = g_{x,y}$ ($S_{x,y}$: 修復画像データ (± 1), $g_{x,y}$: 劣化画像データ (± 1))
 $T = T_{\max}$ (T : 温度のパラメータ)
2. $a_{x,y} = S_{x,y}$ ($a_{x,y}$: 実数)
 $T = T - 0.1$
3. 平均場近似
 $a'_{x,y} = \tanh(\frac{K}{T} g_{x,y} + \frac{J}{T} (a_{x+1,y} + a_{x-1,y} + a_{x,y+1} + a_{x,y-1}))$
 $K = \frac{1}{2} \log(\frac{1-p}{p})$, p : 劣化率
4. $\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N |a'_{x,y} - a_{x,y}| < 10^{-6}$ (*)
 $a_{x,y} = a'_{x,y}$
 (*) を満たさない 3へ
 (*) を満たす 5へ
5. $S_{x,y} = \text{sign}(a_{x,y})$
 $T = T_{\min}$ を満たさない 2へ
 $T = T_{\min}$ を満たす 終了

3 結果

修復結果を表1・表2に示す。劣化率 $p = 0.1$ 、 $p = 0.2$ のどちらの場合もシミュレーテッド・アニーリング法よりも平均場アニーリング法の方が修復結果が良好であり、より原画像に近づいていることが分かる。修復結果に差が生じたのは、シミュレーテッド・アニーリング法はランダムにスピンを選び、状態更新を行うのに対して、平均場アニーリング法はスキャンするように、全てのスピンを順番に見ていきながら状態更新を行うといったアルゴリズムの違いによるものだと考えられる。また、シミュレーテッド・アニーリング法の問題点としては画素数が大きい場合、反復回数が少ないと劣化画像と修復画像にあまり差が見られず、逆に

反復回数が多いと計算時間が非常に長くなってしまふことがあげられる。今回の場合、反復回数は画素数と同じにしているが、5~6時間要した。その点、平均場アニーリング法では3~4分で済むようになった。

表 1: 修復結果 ($p = 0.1$ の場合)









	SA	MFA
$J = 0.4$	 $E = -388487.61$	 $E = -402164.89$
$J = 0.55$	 $E = -447385.33$	 $E = -470295.90$

表 2: 修復結果 ($p = 0.2$ の場合)

	SA	MFA
$J = 0.3$	 $E = -227513.39$	 $E = -240593.60$
$J = 0.45$	 $E = -269132.62$	 $E = -312034.95$

4 ハミング距離と J の最適値

相互作用のパラメータ J の最適値を解析するために、ハミング距離 d の平均を求める。この場合のハミング距離とは原画像データと修復画像データを比較して、全画素 (512×480) のうち、値が異なる画素の総数である。つまり、ハミング距離が小さいとは、より良好な修復画像が得られたということである。手順は、まず初めに原画像から劣化画像をランダムに生成し、平均場アニーリング法を用いて画像を修復する。この修復画像と原画像の数値データからハミング距離 d を計算する。これらの過程を異なる J の値に対してそれぞれ 20 回ずつ繰り返す。算出されたハミング距離 d の平均を比較することで、最適な J の値を絞り込んでいく。

結果を図 4・図 5 に示す。平均場アニーリング法においてパラメータ J の値を大きくしていくと、ハミング距離は、初めは大幅に減少していき、徐々に変化が緩やかになっていく。ある値までパラメータ J を大き

くすると、それ以降ハミング距離が減少することはなくなる。つまり、それ以上良好な修復結果が得られなくなる。この値を最適値とみなすとすると、グラフより $p = 0.1$ の場合は $J = 0.53$ 程度が、 $p = 0.2$ の場合は $J = 0.47$ 程度が最適なパラメータと言える。

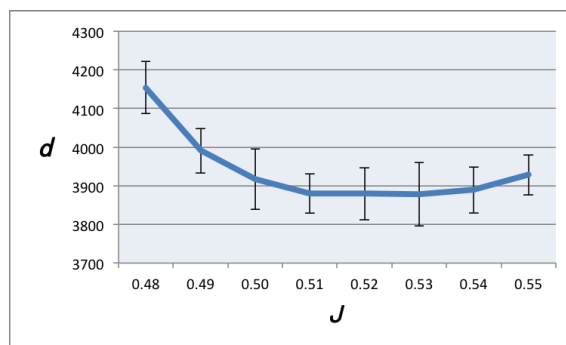


図 4: 原画像データと劣化画像 ($p = 0.1$) から算出した修復画像データのハミング距離 d の平均と標準偏差

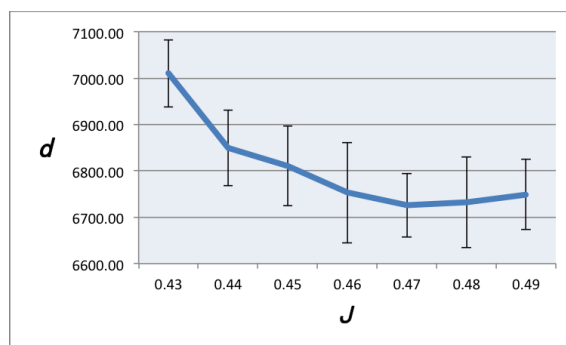


図 5: 原画像データと劣化画像 ($p = 0.2$) から算出した修復画像データのハミング距離 d の平均と標準偏差

5 まとめと今後の課題

原画像から劣化率の違う画像を 2 種類用意し、シミュレートッド・アニーリング法と平均場アニーリング法を用いて、相互作用のパラメータ J の値を変えながら、シミュレーションを行った。修復結果と計算時間のどちらにおいても、平均場アニーリング法の方が良好であった。ハミング距離の平均を計算し、比較することでパラメータ J の最適値を解析することができた。今後の課題としては、様々な画像でシミュレーションを行っていくことと、パラメータ J の最適値を劣化画像から推定できるようにしたい。

参考文献

- [1] 福島孝治, 「モンテカルロ法の前線」, 若手研究者・学生向けに最新技術をわかりやすく紹介する講演会「確率的アルゴリズムによる情報処理」講義ノート, (2003)
- [2] 田中和之, 「確率モデルによる画像処理技術入門」, 電子情報通信学会基礎・環境ソサエティ主催企画講演会, (2002)
- [3] 田中和之, 「統計力学的手法をもとにした画像修復」, 日本物理学会誌 54, 25-33, (1999)