

# 集団運動の新モデル – 魚の回遊は近接相互作用で現れるのか –

森田紫 (指導教員: 郡宏)

## 1 はじめに

魚, 鳥, ほ乳類の群れ, バクテリアなどの細菌など集団運動を行う生物はたくさんいる. 生物はなんのために集団で動いているのだろうか.

魚やほ乳類の群れは敵から身を守り, 生存率を高めるために集団で動くといわれている. [1]

本研究では魚の集団運動に着目する. そこで知って欲しいことが, 魚にも利き手があるということである. [2] 魚に利き手と聞いても想像がつかないと思うので簡単に説明すると, 魚のヒレがヒトの手と同じ動きをすると考え, ヒレの動きがもたらす回遊動作を観察することで魚の利き手を判断するということである. つまり, 右と左どっちのヒレをより多く動かしているのかを観察することで, 魚の回遊運動の偏りがわかる. 右側のヒレをもっぱら使用するとすれば魚は右側に回転し, 左側のヒレを使用するならば左に回る行動が多くなると考えられる. 魚の利き手は種によって異なり, グッピーは反時計回りの群泳だが, スズキ科のブルーギルは時計回りの泳ぎをされている. そこで本研究では Vicsek モデル [3] に加え, 魚の動きに回遊運動の偏りをもたせるためパラメーター  $\alpha$  を用い, シミュレーションを行いその動きを観察する.

## 2 モデル

個体の運動モデルを次で与える.

$$\mathbf{v}_i = \frac{d\mathbf{x}_i}{dt} = (\cos \theta_i, \sin \theta_i) \quad (1)$$

$$\frac{d\theta_i}{dt} = \sigma \xi_i + \beta \sum_{|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j| < l} \{ \sin(\theta_j - \theta_i + \alpha) - \sin \alpha \} \quad (2)$$

ここで,  $\mathbf{x}_i(t) = (x_i(t), y_i(t))$  は個体  $i$  の位置 ( $i = 1, 2, \dots, N$ ),  $N$  は個体数,  $\theta_i(t)$  は個体の進行方向,  $\xi_i(t)$  は白色ガウスノイズ,  $\sigma$  はノイズ強度,  $\beta$  は相互作用の強さ,  $|\mathbf{v}_i| = 1$ ,  $\alpha$  は個体同士が相互作用して方向を合わせるときに生じる回転方向の偏りである. この個体はランダムウォークをする. 空間を2次元とし,  $L \times L$  の周期境界条件とする.

モデルは単純で, 個体  $i$  と個体  $j$  の距離  $|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|$  が相互作用半径  $l$  より小さい場合に個体  $i$  が個体  $j$  の進行方向に向きを合わせるとする.  $\sin(\theta_j - \theta_i + \alpha) - \sin \alpha$  は,  $\theta_i$  が  $\theta_j$  の値に近づく作用を表す.  $\alpha$  は  $[-\pi, \pi]$  の

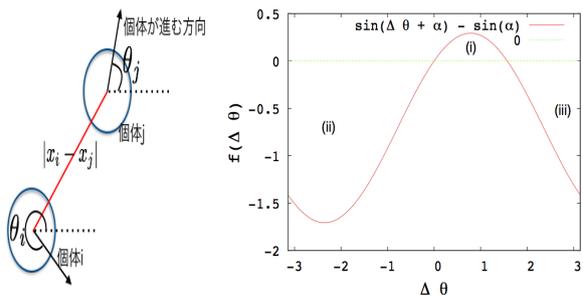


図 1: モデルの概略.

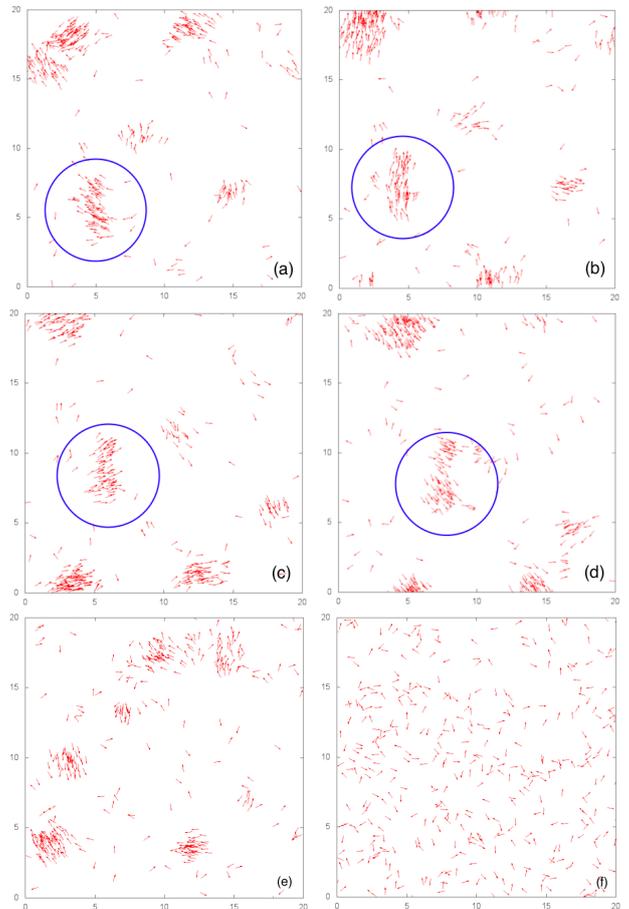


図 2: 個体の位置のスナップショット. (a)  $\alpha = \frac{\pi}{4}, t = 90$ . (b)  $\alpha = \frac{\pi}{4}, t = 92$ . (c)  $\alpha = \frac{\pi}{4}, t = 94$ . (d)  $\alpha = \frac{\pi}{4}, t = 96$ . (e)  $\alpha = 1.0$ . (f)  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ .

値をとる.

図 1 は  $\alpha = \frac{\pi}{4}$  の  $\sin(\theta_j - \theta_i + \alpha) - \sin \alpha$  のグラフである.  $f(\Delta\theta) = \sin(\Delta\theta + \alpha) - \sin \alpha$  とおき,  $f(\Delta\theta) = 0$  を解くと,  $\Delta\theta = 0, \pi - 2\alpha$  を得る. 以下で  $\pi - 2\alpha$  を分水嶺と呼ぶ. (i)  $\theta_i$  からみた  $\theta_j$  の位相が分水嶺 (ここでは  $\frac{\pi}{2}$ ) より小さく, かつ個体  $i$  に先行して動いている時, 個体  $i$  は速度をあげて個体  $j$  に追いつこうとする. つまり個体  $i$  は反時計回りに動く. (ii) 個体  $j$  が個体  $i$  の後方にいる場合, 個体  $i$  は速度を減衰して個体  $j$  の速度に合わせる. つまり個体  $i$  は時計回りに動く. (iii) 個体  $j$  が個体  $i$  に先行しているが,  $\theta_i$  からみた  $\theta_j$  の位相が分水嶺より大きい場合, 個体  $i$  は (ii) の場合と同様に速度を減衰して個体  $j$  の速度に合わせる. つまり時計回りに動く. グラフからみてわかるように, 負の領域のほうが多いため,  $\alpha = \frac{\pi}{4}$  のとき全体としては時計回りの動きが多くなる. このように  $\alpha$  の値が個体の回転方向に影響を与えることがわかる.

## 3 シミュレーション結果

シミュレーションではパラメーター値を  $L = 20$ ,  $\beta = 1$ ,  $\sigma = 1$ ,  $l = 1$ ,  $N = 400$ ,  $\rho = 1.0$  とした. 初

期条件は、すべての個体の位置をランダムに配置し、その進行方向  $\theta_i$  は範囲  $[0, 2\pi]$  の一様乱数で与えた。計算スキームはオイラー法 (時間ステップ  $dt = 0.01$ ) である。

図2は  $\alpha$  の値を変化させた場合のシミュレーション結果である。(a) から2秒ごとの個体の位置を観察したのが、(b), (c), (d) である。これより  $\alpha = \frac{\pi}{4}$  の時、個体はいくつかの集団を形成して運動し、ひとつの集団に着目して観察すると時計回りに回転していることがわかる。図2(e) は  $\alpha = 1.0$  で、まだ個体がいくつかの集団を形成して運動をしていることがわかる。さらに  $\alpha$  の値を大きくする。図2(f) は  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  で、近隣の個体同士が相互作用し、動く方向をあわせようと同じ方向に回転するためその場でくるくる回転するため、集団運動がみられなくなる。様々な  $\alpha$  についてシミュレーションをした結果、図3のことがいえるとわかった。

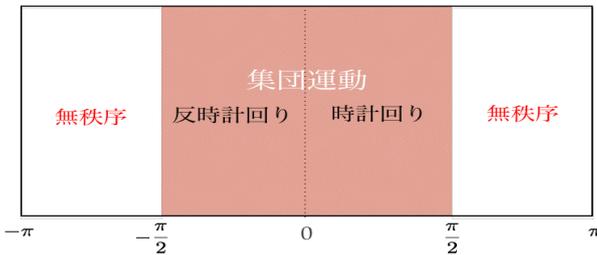


図3:  $\alpha$  の値による集団の回転方向。

全体としてどの程度、集団運動が起こっているかを調べるために個体の方向の平均をとる。

$$Q = \left| \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i \right| \quad (3)$$

さらに局所的にどの程度集団を形成しているかをはかるために、各個体の相互作用半径内にある他の個体の方向の平均をとる。  $N_i$  は相互作用半径内にある個体数。

$$R_i = \left| \frac{1}{N_i} \sum_{|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j| < l} v_j \right| \quad (4)$$

$$R = \sum_{i=1}^N \frac{R_i}{N} \quad (5)$$

$Q$  は全体の集団のまとまりをみていて、 $R$  は局所的なまとまりをみている。それぞれ集団運動をしている (個体同士が同じ方向を向いている) と1に近づき、無秩序に動いていると0に近づく。

ここでシステムサイズ  $N$  (密度  $\rho$ ) を変化させたときに、 $Q$  と  $R$  の値がどのように変化するかを観察する。

図4は横軸  $\alpha$ 、縦軸を  $Q$  とする。図4よりシステムサイズが  $N = 100$  より大きい場合、 $\alpha = \pm \frac{\pi}{2}$  あたりを境に値が臨界値に近づく。つまり  $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$  の間は集団運動をしているが、 $\alpha$  がそれ以上の値になると個体が無秩序な運動をしていることがわかる。システムサイズ別にみると、システムサイズが大きくなるにつれて  $Q$  の値が大きくなっていることから、密度が高くなるとより集団の大きさが大きくなっていることがわかる。さらに集団運動が行われている間  $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$  の  $R$  の値の変化をみる。

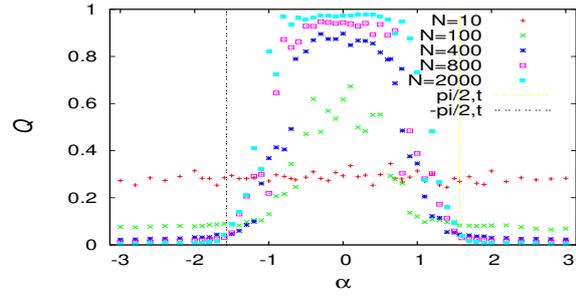


図4:  $Q$  の  $\alpha$  依存性。

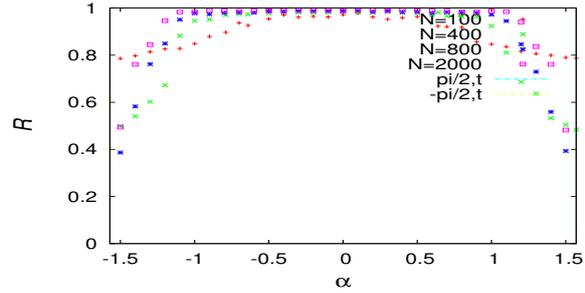


図5:  $R$  の  $\alpha$  依存性。

図5は横軸  $\alpha$ 、縦軸を  $R$  とする。図5より、システムサイズが大きいと局所的な集団のまとまりも高い。さらに  $Q$  との関係を図4と比較してシステムサイズ別にみると、 $Q$  より  $R$  の値のほうが高いことがわかる。それは全体の中に集団がいくつか存在しているために、局所的なまとまりの方が全体のまとまりより高いことがわかる。

#### 4 まとめと今後の課題

$-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$  のとき反時計回り、 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  のとき時計回りの集団運動がみられ、 $\alpha$  の値が  $\pm \frac{\pi}{2}$  以上になると集団運動はみられなくなった。それは  $Q$  と  $R$  の値からも観察できる。今後は個体がどの程度集まっているかを調べるために、箱を格子状にわけてその中の個体数を調べ、その密度の分散を求める。さらに今回は  $\sigma$  の値を一定に保ってシミュレーションしたが、変化させた場合に集団運動にどのような変化がみられるかを今後観察していきたい。

#### 参考文献

- [1] Pawel Romanczuk, Iain D. Couzin, and Lutz Schimansky-Geier. Collective motion due to individual escape and pursuit response. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 102, p. 010602, Jan 2009.
- [2] 八田武志. 左対右 きき手大研究. 株式会社化学同人, 2008.
- [3] Tamás Vicsek, András Czirók, Eshel Ben-Jacob, Inon Cohen, and Ofer Shochet. Novel type of phase transition in a system of self-driven particles. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 75, pp. 1226–1229, 1995.