最適化に基づく葉脈形成のシミュレーション

椿田 萌　(指導教員：郡 宏)

1　はじめに

自然界には，ひまわりの種の螺旋や動物の模様など様々なパターンが現れる．自然界に現れるパターンを再現するシミュレーションは多く行われている．例えば動物の模様はチューリングモデルを使ったシミュレーションで模倣できることが知られている．本研究では自然界に現れるパターンのうち葉脈に注目した．葉脈の機能は葉全体に水分を行き渡らせることである．一方，葉脈の部分は光合成ができない．つまりできる限り少ない量の葉脈で，水分を行き渡らせることが重要だと考えられる．そこで，葉脈の長さを一定とした元で最も水分の分配が効率的な葉脈のパターンを探索し，実際の葉に見られるようなパターンが現れるかについて検証した．

2　葉脈のパターンの生成

葉脈のパターンを 2 次元格子のセル集団で表現する．各セルは「葉脈」か「非葉脈」のどちらかの状態を取り，それぞれの状態を取るセルの個数は固定されている．セル集団によって表現された葉脈の形状の機能を特徴付けるコスト関数を設定し，コストが低くなるようにセルを組み替えていくことによってどのような葉脈のパターンが現れるかを調べた．次に説明するアルゴリズムによってそれを行う．

葉脈生成アルゴリズム

[**step1**] 固定された葉脈となるセルを与える（固定セルと呼ぶ）．
[**step2**] 固定セル以外で葉脈とするセルの数（A とする）を決める．
[**step3**] 注目するセルを乱数で決める．
[**step4**] 注目したセルが，葉脈であるセルの近傍である場合葉脈となる．そうでない場合葉脈とならない．
[**step5**] 葉脈となったセルの数が A に達するまで **step3** と **step4** を繰り返す．

step4 において近傍を次のように定義する．葉脈であるセルの座標を (x, y) としたとき，その右 $(x+1, y)$，上 $(x, y+1)$，右上 $(x+1, y+1)$ にある 3 つのセルが近傍である．このように近傍を定義したのは，x, y の値が小さい方を上流とし，下流に向かって葉脈が伸びる状況に設定するためである．

葉脈の形状のコスト関数

生成した葉脈の形状を点数化する．葉脈としているセルを 0 点とし，葉脈としていないセルは，0 点のセルとの最短距離の 5 乗を点数とする．全セルの合計点数の対数をとったものを，その葉脈の形状のコスト関数とする．距離ではなく距離の 5 乗としたのは，葉脈から離れたセルに対してより強いペナルティを課すためである．

葉脈組み替えアルゴリズム

[**step1**] 注目するセルを乱数で決める．
[**step2**] 注目したセルが葉脈でない場合，または固定セルの場合選び直す．
[**step3**] 注目したセルが固定セル以外の葉脈である場合，そのセルを消去する．
[**step4**] このとき孤立したセルができることがあり，そのときはそれらのセルもすべて消去する．（消去したセルの数を B とする）
[**step5**] 葉脈生成アルゴリズムを使い，葉脈とするセルを新たに B 個決める．
[**step6**] 新しい葉脈の形状のコストと元の葉脈の形状のコストを比べ，新しい方のコストが低くなっていたら新しい形状を採用する．コストが高くなっていたら元の形状のままとする．
[**step7**] **step1** から **step6** を繰り返す．

メトロポリス法

最適化を効率よく行うために，**step6** において，コストが高くなっても新しい形状を採用することを考える．メトロポリス法と呼ばれる次の基準で新しい形状を採用するかしないかを決める．

$\lambda < \mathrm{e}^{\beta(S - S_{\mathrm{new}})}$であったら新しい形状を採用
λ : $[0, 1]$ 間の一様乱数
β : 定数
S : 元の形状のコスト
S_{new} : 新しい形状のコスト

この基準を使うと S_{new} の方が低い場合は今まで通り新しい形状が採用される．そして S_{new} の方が高い場合でも新しい形状が採用される場合が出てくる．

コストが高くなっても新しい形状を採用する場合を作ることで，大胆な組み替えも可能にする．メトロポリス法を使わない場合と使う場合の，２通りの葉脈組み替えアルゴリズムで葉脈を生成した結果を次に示す．

シミュレーション結果 1

図 1，2 のような 6 角形の領域（総セル数 7500）を，葉の形とする．また，6 角形を斜めに横切るセルを固定された葉脈とし，主脈に見立てる．固定セル以外で葉脈とするセルの数を 350 とし，葉脈生成アルゴリズムと葉脈組み替えアルゴリズムを実行した．メトロポリス法の定数 β は 500 とした．

図 1 はメトロポリス法を使わなかった場合に現れた

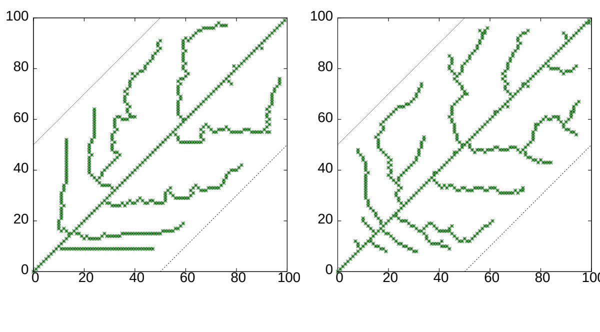


図 1: メトロポリス法なし　図 2: メトロポリス法

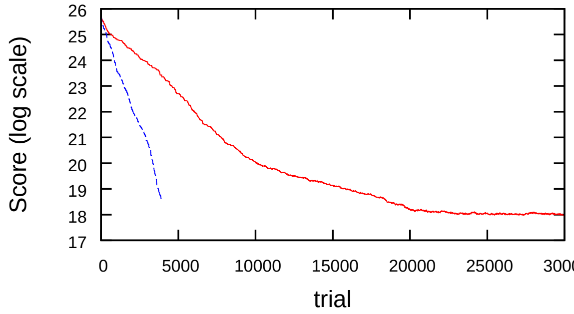


図 3: コストの変化（青:メトロポリス法なし，赤:メトロポリス法）

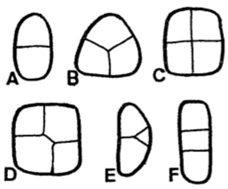


図 4: 実際の葉で観察される葉脈のループ構造. 文献 [1] から引用.

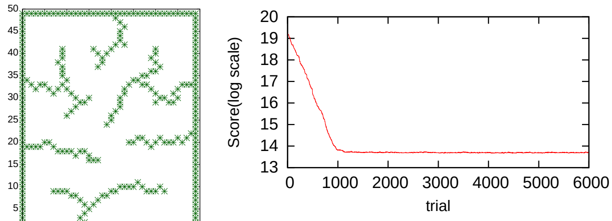
葉脈，図 2 はメトロポリス法を使った場合に現れた葉脈である．図 3 はコストの下がり方を比較したものである．メトロポリス法を使わない場合，葉脈の組み替えが約 4000 回起こった所で組み替えがほとんど起こらなくなった．メトロポリス法を使った場合，数時間で数万回の組み替えが繰り返され，コストは 18 近くまで減少した．図 1 と図 2 を比べて，メトロポリス法を使った方が大胆な組み替えを許したからか，ややなめらかな葉脈が生成できたように見える．しかし図 2 の方も完全には最適化できていないように感じる．より良い最適化があると考えられる．

3　葉脈のループの生成

葉脈がループを形成していると，虫食いなどで葉脈の一部が失われても他のルートで水分を運ぶことができる．先行研究によると，葉脈で囲まれた領域中のさらに細かい葉脈のループ構造には図 4 のような 6 パターンがある [1]．一方，我々のアルゴリズムでは葉脈はほぼ樹状（分岐をするが合流はしない構造）になり，ループの形成は起こりにくい．これはループを形成してもコストが低くならないからである．そこで葉脈の形状のコスト関数に以下のような変更を加え，ループを形成した時のコストが低くなるようにした．また葉脈生成アルゴリズムにも変更を加え，ループが形成されるかを調べた．

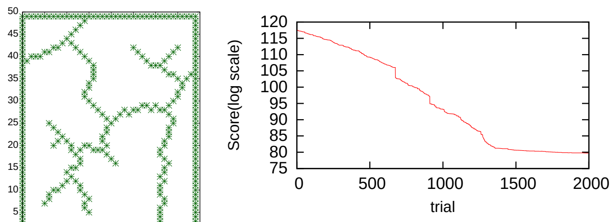
葉脈の形状のコスト関数の変更点

まず，そのままの形状でコストを求める．次に，外周の 3 辺を削除し，またそれにより孤立した葉脈も削除し，コストを求める（4 通り行う）．5 つのコストの合計の対数をとったものがその葉脈の形状のコスト関数となる．外周の削除は虫に食われた状況を模しており，このコスト関数によって虫食いに対してロバストな葉脈が形成されることが期待できる．



(a) 葉脈　　(b) コストの変化

図 5: コスト関数変更前



(a) 葉脈　　(b) コストの変化

図 6: コスト関数変更後

葉脈生成アルゴリズムの変更点

[step4] における近傍をムーア近傍（上下左右と斜方向の 8 方向で隣接するセル）とする．

シミュレーション結果２

50 × 40 のセル集団よる長方形の領域を，外周のセルを固定された葉脈とすることで，葉脈で囲まれた領域に見立てる．固定セル以外で葉脈とするセルの数を 140 とする．コスト関数の変更前と変更後の 2 通りで，葉脈生成のアルゴリズムと葉脈組み替えアルゴリズムを実行した．両方とも葉脈生成アルゴリズムの **step3** は変更し，またメトロポリス法による基準で葉脈の組み替えを行い，定数 β は 500 とした．

コスト関数変更前は図 5(a) のようにループは形成されない．コスト関数変更後は図 6(a) のように枝分かれした葉脈同士がつながってループが形成された．また図 6(b) のコスト関数の変化を見ると，異なる外周の辺から伸びた葉脈同士がつながった瞬間に値が急に下がっている．

4　まとめと今後の課題

本研究では葉全体に広がった葉脈が優れた葉脈であるという仮説を元に，葉脈の形状に対するコスト関数を作りコストが低くなるように葉脈の形状の変更を繰り返すことで葉脈のパターンの生成を試みた．最初に作ったコスト関数では葉脈の枝分かれを生成することができた．また，ロバスト性を考慮したコスト関数を考えることによって葉脈のループを生成することができた．今後の課題は，より良い最適化の方法や，実際の葉脈と比較検討する方法を考えることである．

参考文献

[1] 松野亨，側方抑制によるゲッケイジュ葉脈網の形成モデル