

# 微小物体の流体相互作用系のシミュレーション

重富 麻美 (指導教員：郡宏)

## 1 はじめに

水中を泳ぐ微生物は集団運動を行い、様々なパターンを作ることが知られている。微生物の複雑なダイナミクスは、微生物間の流体を介した相互作用によって起こると考えられている。

流体中での多粒子の運動をシミュレーションする場合、一般的には粒子の動きを運動方程式で計算し、周囲の流れをナビエ-ストークス方程式で計算することになる。しかし、この方法では膨大な計算時間や記憶容量が必要であるだけでなく、物体と流体との相互作用を適切に導入することが困難な場合が多い。それに対し、粒子のサイズが小さくかつ流れが遅い場合には、ナビエ-ストークス方程式を近似することが可能になる(ストークス近似)。近似によって導かれたストークス方程式は線形方程式となり、解を持つことが知られている(ストークスレット) [1]。

本研究では、ストークスレットを用いて流体中の微小物体の運動のシミュレーションを行った。はじめに、重力下での流体中の複数球の落下運動のシミュレーションを行い、実験結果と比較して、本手法の妥当性の検証を行った。次に、本手法に基づいて自発的に泳ぐ粒子をモデル化し、その集団運動を調べた。これらの結果は、クラミドモナスと呼ばれる微生物の集団遊泳によるパターン形成 [2] に関係すると期待している。

## 2 微粒子の落下運動

### 2.1 計算方法

空間は2次元とする。半径  $b$  の球 B が速度  $\mathbf{U}_B$  で動き、角速度  $\Omega_B$  で回転している場合、球 B からの距離  $r$  のところにある点  $(x, y)$  に生じる流れ  $(u, v)$  は、ストークスレットを用いて次のように表すことができる。

$$u = \frac{3b}{2r}U_{BX}, \quad v = \frac{3b}{4r}U_{BY} - \frac{b^3}{r^2}\Omega_B. \quad (1)$$

流速分布  $\mathbf{U}$  を持つ流体中で、一つの球が速度  $\mathbf{w}$ 、角速度  $\omega$  を持つとき、その粒子が受ける力  $\mathbf{F}$  と回転トルク  $M$  はファクセンの法則より、次のように表される。

$$\mathbf{F} = 6\pi\mu a [\mathbf{U}_o - \mathbf{w}], \quad (2)$$

$$M = 8\pi\mu a^3 \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_y}{\partial x} - \frac{\partial U_x}{\partial y} \right)_o - \omega \right]. \quad (3)$$

(添字  $o$  は、粒子がないときの流れから求められる値を示す。)

これらを用いると、半径  $a$  の球 A と、半径  $b$  の球 B が運動している場合、粒子間距離を  $l$  とすると、球 B の運動と回転によって球 A にかかる力は、次のように表される。

- 中心軸に平行な方向

$$F_{AX} = -6\pi\mu a \left( U_{AX} - \frac{3b}{2l}U_{BX} \right). \quad (4)$$

- 中心軸に直交する方向

$$F_{AY} = -6\pi\mu a \left( U_{AY} - \frac{3b}{4l}U_{BY} - \frac{b^3}{l^2}\Omega_B \right). \quad (5)$$

- トルク

$$M_A = -8\pi\mu a^3 \left[ \Omega_A + \frac{b^3}{l^3}\Omega_B + \frac{3b}{8l^2}U_{BY} \right]. \quad (6)$$

逆に、球 A によって球 B にかかる力やトルクは、上の式の  $b, U_{BX}, U_{BY}$  と  $a, U_{AX}, U_{AY}$  を入れ替えたものによって与えられる [3]。

### 2.2 計算条件

以下のパラメータを用いて計算を行った: 時間の刻み  $dt = 1 \times 10^{-5}$  [s], 粒子の半径  $a = 1 \times 10^{-5}$  [m], 重力加速度  $g = 9.8$  [m/s<sup>2</sup>], 粘性率  $\mu = 1 \times 10^{-3}$  [kg/(cm·s)], 粒子密度  $\rho_p = 1.05 \times 10^3$  [kg/m<sup>3</sup>].

### 2.3 結果

2 個の粒子を初速と回転がない条件で落下させた場合、互いの位置関係を変化させずに落下することが確認できた。水平に並べて落下させると、内側に向かって回転するため、速度は 1 個の粒子を落下させた場合の終端速度よりも大きくなるが知られている [4]。

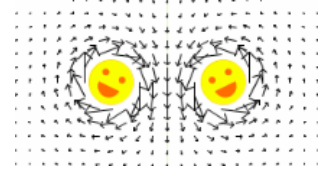


図 1: 2 個の粒子を水平に並べて落下させた計算結果。両方とも、内側に向かって回転している。

1 粒子の落下運動の終端速度を  $v_1$ 、2 粒子を水平に並べた状態で落とした場合の終端速度を  $v_2$  とし、さまざまな粒子間距離について、 $v_1/v_2$  を求める。本研究での 2 粒子の計算結果と実験結果との比較を行った。

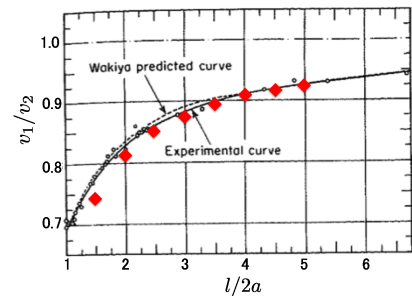


図 2: 2 粒子の計算結果と実験結果との比較。縦軸は 2 粒子と 1 粒子の終端速度の比、横軸は直径で無次元化した粒子間距離。曲線は先行研究の実験結果 [4]、赤い点は本研究の計算結果。

粒子間距離が大きくなるにつれて、実験結果とより一致していることがわかる。また、2粒子を鉛直方向に配置した場合、3粒子、4粒子の場合も従来知られている落下運動の様子と類似したものになった。よって、本研究の手法はよい近似となっていると考えられる。

### 3 微生物の遊泳運動

次に、微生物の鞭毛による遊泳運動を模倣するために、粒子に流体の吸い込みと湧き出しを与え、粒子が自発的に泳ぐようにする。吸い込みと湧き出しが流れ場に与える影響はストレスレットによって記述できる。ストレスレットによって、半径  $a$  の球の中心から距離  $r$  のところにある点  $(x, y)$  にできる流れは次の式で表される。

$$u = 2a^2 U_p \frac{x^2 y}{r^5}, \quad v = 2a^2 U_p \frac{xy^2}{r^5}. \quad (7)$$

ここで  $U_p$  は、1粒子の終端速度である。式(7)を用いて、図3のように、粒子の上下から入り、左右から出るような流れを与える。

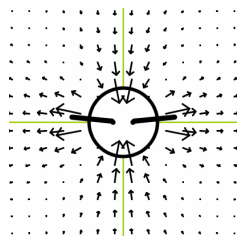


図3: 吸い込みと湧き出しを与えた粒子。粒子から出ている黒い線は、鞭毛を上から見た様子(湧き出しが出る方向)を表す。

粒子を2個並べて配置すると、角度によって、図4のように粒子が様々な動きをする。

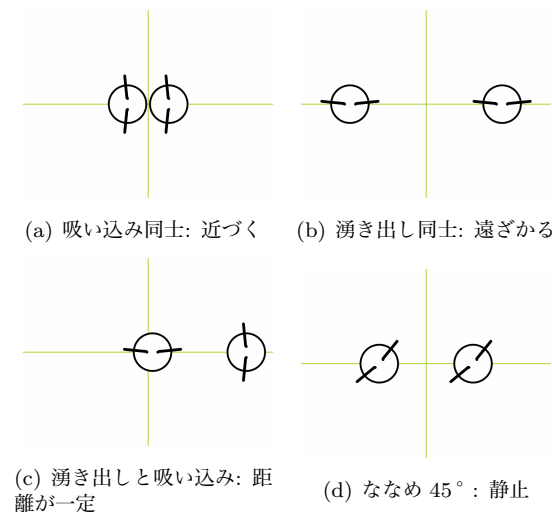


図4: 代表的な初期角度からの2粒子の挙動。

さらに、粒子が接近したときに生じる潤滑力 [5] を以下のように導入した。

- 中心軸に平行な方向

$$L_X = \frac{3}{8(l-2a)} \pi \mu a^2 (U_{BX} - U_{AX}). \quad (8)$$

- 中心軸に直交する方向

$$L_Y = \pi (\ln 2) \mu a (U_{BY} - U_{AY}). \quad (9)$$

次に、複数の粒子について、赤い枠に入るように位置と角度をランダムに初期配置し、計算を行った。結果の一例を図5に示す。

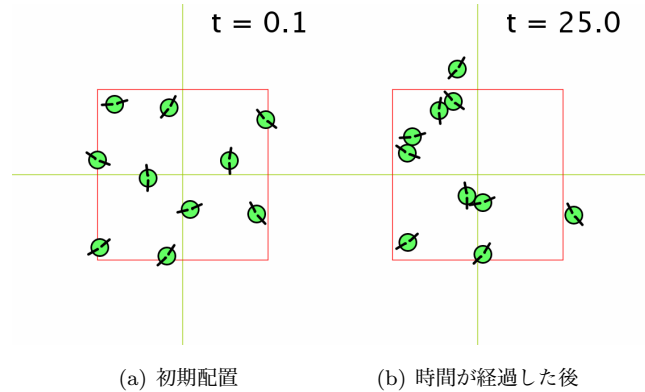


図5: 複数の粒子の運動の様子。

このように、粒子が集合離散しながら次第に広がって行くことが確認できた。粒子は大きい集団になることもあるが、すぐに分裂し、2個か3個の集団になった。このような現象が実際のクラミドモナスの生物対流にも関係しているのではないかと考えられる。

### 4 まとめと今後の課題

本研究では、遅い流れの中の微粒子の運動をシミュレーションし、粒子の配置によって動きがどのように変化するのか調べることができた。今回作成したシミュレーションでは、無限に広い平面の中に粒子を配置しているため、有限の広さの場合を考えるなどの改良を加え、実際のクラミドモナスの生物対流の様子に近づけていきたい。そして、生物対流パターンにクラミドモナス同士の相互作用がどのように関係しているのか検証していきたい。

### 謝辞

本研究を行うにあたり、数多くのご助言、ご指導いただきました永田裕作先生と郡研究室の方々に深く感謝致します。

### 参考文献

- [1] 佐野 理. 連続体力学, pp. 101-114. 朝倉書店, 2002.
- [2] A. Kage, et al. Drastic reorganization of the bioconvection pattern of Chlamydomonas. Journal of Experimental Biology 216, pp.4557-4566, 2013.
- [3] 日本流体力学学会(編). 混相流体の力学, pp. 30-45. 朝倉書店, 1991.
- [4] J. Happel and H. Brenner. Low Reynolds number hydrodynamics, pp. 274. Kluwer, 1983.
- [5] Y. Nagata, et al. Solid-liquid fluidization simulation at low fluid velocity. Computational Fluid Dynamics Journal, p.1, 2003.