

体内時計と季節：日が延びると寝坊する？

筑後咲穂 (指導教員：郡宏)

1 はじめに

体内時計とは、体内にある時計の働きをする仕組みであり、約1日の周期で変動する生体リズム、いわゆる概日リズムが代表的なものである [1]。バクテリアのような単細胞生物やほ乳類など、様々な生物が概日リズムを持っている。通常環境で生活すると、環境の24時間周期に同期して生活する。暗闇の中で生活をする、個体や種によって異なるある一定の周期で生活するようになる。人間だとこの周期は約25時間であることが知られている。

体内時計は植物の開花といった季節的な活動と深く関係している。イネやコスモスなどの短日植物は、日の長さが短いと花が咲き、オムギやダイコンなどの長日植物は、日の長さが長いと花が咲く。このように、植物の中には、温度ではなく、日の長さに反応して花を咲かせたりするものがあるということが実験からわかっている。日の長さは概日リズムになんらかの影響を与え、その情報を元にホルモンの分泌が制御されていると考えられている [2]。

そこで、本研究では、日の長さによって体内時計の性質がどのように変化するかを理論的に明らかにすることを目的とする。

2 モデル

個体の体内時計を以下のように数理モデル化する [1]。時間 t の単位を「日」とし、体内時刻 (体内時計の位相) を $\phi(t)$ ($0 \leq \phi < 2\pi$) とする。位相が $0 \leq \phi < \pi$ のときは個体が起きている時間 (主観的昼)、 $\pi \leq \phi < 2\pi$ のときは個体が寝ている時間 (主観的夜) を表すとする。つまり、 $\phi(t) = 0$ となる時刻 t が目覚める時刻であり、時間の単位が日であるので、この t の小数部分を目覚めの時刻 t_{wp} とする。位相の従う時間発展方程式を次式とする。

$$\frac{d\phi}{dt} = \omega + KZ(\phi)p(t) \quad (1)$$

ここで、 ω は自然振動数で $\omega = \frac{2\pi}{T}$ (T は概日リズムの自然周期) である。人間は約25時間 (約1.04日) 周期をもつことが知られているので、本研究では $T = 1.04$ とする。右辺第2項は光の影響を表している。 K は正の数で光の影響の受けやすさを表す。 $p(t)$ は環境の光の強度を表す関数 (昼に1、夜に0をとる関数) である。 $t = 0, 1, 2, \dots$ を日の出の時刻とする。また、 L を日の長さとする。つまり、 $t = L + n$ ($n = 1, 2, \dots$) が日の入りの時刻となる。関数 $Z(\phi)$ は、 2π 周期関数で、位相応答曲線と呼ばれる。これは光を浴びると起こる体内時刻の変化量を光を浴びたときの体内時刻の関数として表したものである。今回は最も単純なものとして、 $Z(\phi) = \cos \phi$ とする。

3 数値シミュレーション

数値シミュレーションは、オイラー法 (時間ステップ: 0.002) で行った。

まず、(1) 式をシミュレーションした (図1)。0~5日目をみると、目覚めの時刻 ($\phi(t) = 0$, つまり $\sin \phi$ が負から正に変わる時刻) が日ごとに異なっているが、50~55日目をみると、目覚めの時刻がほぼ一定になっていることがわかる。

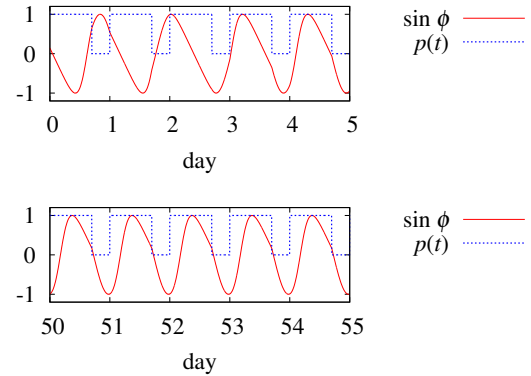


図1: 式(1)の数値シミュレーション結果。位相 $\phi(t)$ をプロットしても見づらいため、ここでは $\sin \phi(t)$ をプロットしている。 $\phi(0) = 3.0$, $K = 1.0$, $L = 0.7$ 。

次に、目覚めの時刻 t_{wp} を求めた (図2)。ここでは昼の長さ L を固定し、光の影響の受けやすさ K を変えた。 K が小さいときは、 t_{wp} が毎日遅れている。一方、 $K = 1.0$ のときは、毎日の目覚めの時刻が一定となる。このとき、「環境に引き込まれる」という。

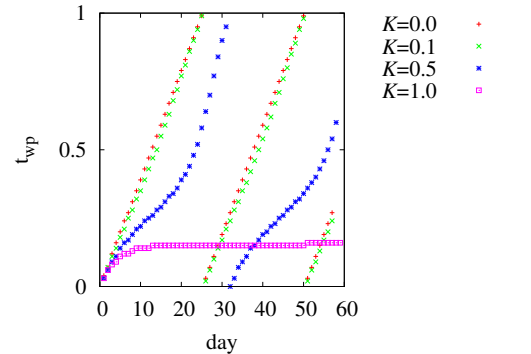


図2: 毎日の目覚めの時刻 t_{wp} 。異なるシンボルは異なる K の値に対応する。 $L = 0.5$ 。

環境に引き込まれる条件を明らかにするために、様々な K と L の値に対してシミュレーションを行った (図3)。 K が大きく、また L が0.5に近いときに引き込まれやすいことがわかる。

次に、引き込まれているときの目覚めの時刻 t_{wp} の L 依存性を調べた (図4のシンボル)。日が延びると起きる時間が遅くなるのがわかる。特に、 $0.1 \leq L \leq 0.3$ のときに「夜明け前に目が覚めた」という状態、 $0.4 \leq L \leq 0.7$ のときに「夜明け後に目が覚めた」という状態である。

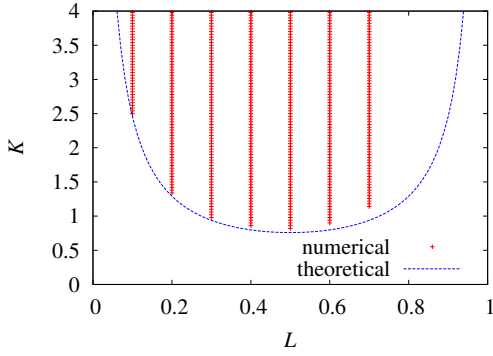


図 3: 体内時計が環境に引き込まれる K と L の条件. シミュレーション結果 (シンボル) と理論曲線 (7).

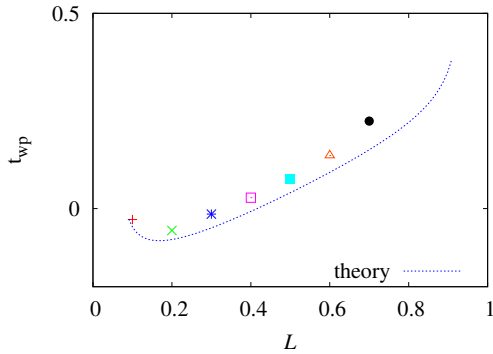


図 4: 目覚めの時刻 t_{wp} の L 依存性. シミュレーション結果 (シンボル) は 100 回目の目覚めの時刻である. 点線は理論曲線 (8) である. $K = 3.0$.

4 解析

3 節のシミュレーションの結果を, 理論的に説明する.

体内時計が環境に引き込まれているとき, 位相は 1 日に 2π 進む. よって, 引き込みの条件は $\phi(1) - \phi(0) = 2\pi$, つまり,

$$\int_0^1 \frac{d\phi}{dt} dt = 2\pi$$

である. この式に (1) を代入すると

$$\int_0^1 (\omega + KZ(\phi)p(t)) dt = 2\pi \quad (2)$$

となる. 環境に引き込まれるためには, この式に解が存在する必要がある.

式 (2) は, 厳密に解くことができるのだが, 結果は複雑になり解釈が難しくなる. そこでここでは,

$$\phi(t) = \phi_0 + 2\pi t \quad (3)$$

を (2) に代入することによって近似的に解く. ここで ϕ_0 は定数で, 日の出の時刻 $t = 0$ における位相である. 式 (3) は, $\omega = 2\pi$ かつ $K = 0$ のとき, つまり, 自然周期がちょうど 24 時間で光の影響を受けないときの (1) の解である. したがってこの近似計算は ω が 2π に近く, K が小さいときにより近似となることが期待される. 式 (3) を (2) に代入すると,

$$\int_0^1 (\omega + K \cos(\phi_0 + 2\pi t)p(t)) dt = 2\pi \quad (4)$$

を得る. $0 \leq t \leq L$ に対しては $p(t) = 1$, $L < t \leq 1$ に対しては $p(t) = 0$ であることに注意して左辺を積分し, 整理すると

$$2 \sin \frac{2\pi L}{2} \cos \left(\frac{2\pi L}{2} + \phi_0 \right) = 2\pi \left(\frac{2\pi - \omega}{K} \right) \quad (5)$$

となる. よって,

$$\phi_0 = \cos^{-1} \frac{\pi(2\pi - \omega)}{K \sin \pi L} - \pi L \quad (6)$$

を得る. この式には

$$K \geq \frac{\pi(2\pi - \omega)}{\sin \pi L} \quad (7)$$

のとき解が存在する. したがって, (7) が引き込みの条件である. 図 3 より, この理論結果はシミュレーション結果とだいたい一致していることがわかる. ただし, 数値シミュレーションでは $L = 0.8, 0.9$ で引き込まれておらず, 理論計算結果と合っていない. 引き込まれない理由はまだ分かっておらず, これは今後の課題である.

次に目覚めの時間 t_{wp} を求める. $\phi(t_{wp}) = 0$ と (6) を (3) に代入すると

$$t_{wp} = \frac{\pi L - \cos^{-1} \frac{\pi(2\pi - \omega)}{K \sin \pi L}}{2\pi} \quad (8)$$

を得る. 図 4 から理論とシミュレーションがだいたい一致していることがわかる.

5 まとめと今後の課題

体内時計に対する季節の変化の影響について数値シミュレーションと理論解析の両面から研究した. 日の長さ L や, 光の影響の受けやすさ K の値によって, 環境の一日のリズムに引き込まれたり引き込まれなかったりする. 引き込まれているときは, 日が延びると朝起きるのが遅くなるということがわかった. そして, これらの結果は理論解析とも一致した.

最後に今後の課題についてまとめる.

図 2 にみられるように, $L = 0.8, 0.9$ のときにシミュレーションと理論解析の結果が合わなかったので, その理由を調べる. 位相応答曲線 Z を現実のものに近づけた時に, 結果がどのように変化するかを検証する. また, 今回のモデルでは, 日が長くなると起きるのが遅くなるという結果になったが, 日が長くなると逆に朝早く起きる人のモデルが作れるのか検証したい. 世の中には朝型, 夜型の人がいるが, これらがどのようにして生まれるのかを調べたい. さらに, 時差ぼけに強いのは夜型の人間だという話があるが, これが本当なのかについてもモデルを使って検証してみたい.

参考文献

- [1] 郡宏, 森田善久: 生物リズムと力学系, 共立出版 (2011)
- [2] 沼田英治: 生きものは昼夜をよむ, 光周性のふしぎ, 岩波書店 (2000)