

ホタルのきらきらランダムウォーク

草桶翠 (指導教員：郡宏)

1 はじめに

シンクロとは、リズムの集団が協調性を持ち、大きなリズムを作り出すことである。

ホタルの集団は空をふわふわ飛びながら、別のホタルを見ると光るタイミングをシンクロさせる。また、飛ぶ方向も合わせているように見えることがある。この様子をシミュレーションで再現し、どのような条件下でどのような集団秩序が生まれるのかを調べる。

2 モデル

2.1 ホタルの発光リズム

ホタルはそれぞれ固有のリズムを持っており、それにしたがって周期的に光るとする。それを次のようなモデルで表す。

$$\dot{\phi}_i = \omega_i + \mu^{(\phi)} \xi_i^{(\phi)} \quad (1)$$

ここで、 $\phi_i(t)$ はホタルの発光リズムの位相で、 ω_i は固有振動数、右辺第 2 項は発光周期のゆらぎを表し、 $\mu^{(\phi)}$ は発光リズムに対するノイズ強度、 $\xi_i^{(\phi)}$ は白色ノイズである。個体数は N とする ($i = 1, 2, \dots, N$)。この位相を用いて、ホタル i の発光強度を次の関数で表現する。

$$p(\phi_i) = e^{\frac{\cos \phi_i - 1}{\tau^2}} \quad (2)$$

τ は光る時間の長さである。

2.2 きらきらシンクロ

本研究では、光るタイミングを合わせる現象をきらきらシンクロと呼ぶ。ホタルは別のホタルを認識すると、光るタイミングを変化させるとする。まず、ホタル i に到達する光の量は

$$Q_i = \sum_{j=1}^N G(R_{ij}) p(\phi_j) \quad (3)$$

である。ここで、 $R_{ij} = |\vec{r}_i - \vec{r}_j|$ はホタル i とホタル j の距離、 $G(R_{ij})$ はホタル j からホタル i に到達する光の強度である。ここでは、2次元空間に光が放射する状況、つまり $G(R_{ij}) = \frac{1}{R_{ij}^2}$ とする。きらきらシンクロを導く相互作用を以下のようにする。

$$\frac{d\phi_i}{dt} = \omega_i + \mu^{(\phi)} \xi_i^{(\phi)} - K \frac{Q_i}{Q_i + 1} \sin(\phi_i) \quad (4)$$

ここで、 K は発光リズムの結合強度である。ホタルが光を感じる量に限界があるため、ホタルが感じる量を $\frac{Q_i}{Q_i + 1}$ としている。

2.3 ふわふわシンクロ

空間を 2次元の周期境界条件 ($L \times L$) で考える。ホタルのランダムウォークモデルを次のモデルで表現する。

$$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = v_i \begin{pmatrix} \cos \theta_i \\ \sin \theta_i \end{pmatrix} \quad (5)$$

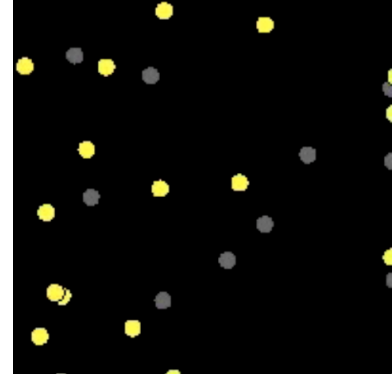


図 1: シミュレーションのスナップショット

ここで、 $\vec{r}_i(t) = (x_i(t), y_i(t))$ は個体 i の位置、 θ_i は個体の進行方向、 v_i は進行速度である。

本研究では、飛ぶ方向を合わせる現象をふわふわシンクロと呼ぶ。ホタルは光っている別のホタルを認識すると、飛ぶ方向を変化させるとする。ふわふわシンクロを導く相互作用を以下のようにする。

$$\frac{d\theta_i}{dt} = \mu^{(\theta)} \xi_i^{(\theta)} + H \sum_{j=1}^N G(R_{ij}) p(\phi_j) \sin(\theta_j - \theta_i) \quad (6)$$

ここで、 $\mu^{(\theta)}$ は飛ぶ方向に関するノイズ強度、 $\xi_i^{(\theta)}$ は白色ノイズである。 H はホタル同士の飛ぶ方向の結合強度、項 $\sin(\theta_j - \theta_i)$ はホタル i がホタル j に方向を揃える効果を表している。

3 シミュレーション

以上のモデルを使い、数値シミュレーションを行った。個体数 $N = 30$ 、固有振動数 $\omega_i = 1$ 、進行速度 $v_i = 5.0$ 、発光リズムに対するノイズ強度 $\mu^{(\phi)} = 0.1$ 、飛ぶ方向に対するノイズ強度 $\mu^{(\theta)} = 0.5$ 、光る時間の長さ $\tau = \pi/6$ 、発光リズムの結合強度 $K = 1.0$ 、飛ぶ方向の結合強度 $H = 0.1$ 、初期条件は、 x_i と y_i については範囲 $[0, L]$ の一様乱数で与え、 ϕ_i と θ_i については範囲 $[0, 2\pi]$ の一様乱数で与えた。processing 言語でホタルの動きを可視化した結果が、図 1 である。

3.1 シンクロ率

きらきらシンクロとふわふわシンクロが、それぞれの程度のものなのかを計算する。その計算式を以下のようにする。

$$R_\phi(t) = \sqrt{\left(\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \cos \phi_j\right)^2 + \left(\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \sin \phi_j\right)^2} \quad (7)$$

$$R_\theta(t) = \sqrt{\left(\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \cos \theta_j\right)^2 + \left(\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \sin \theta_j\right)^2} \quad (8)$$

$R_\phi(t)$ と $R_\theta(t)$ をそれぞれ、きらきら度、ふわふわ度と呼ぶ。これらの量は、0 がばらばらな状態、1 に近づくほどシンクロしている状態を表す。

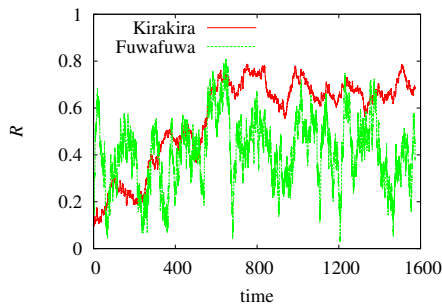


図 2: シンクロ率の時系列

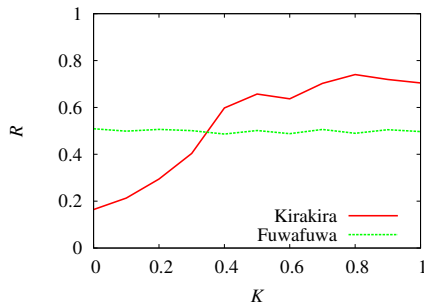


図 3: 発光リズムの結合強度 K とシンクロ率

これらのシンクロ率を長時間観察した結果が図 2 である。右上がりのグラフがきらきら度、大きく振動しているグラフがふわふわ度である。

シミュレーションを注意深く観察し、以下のことがわかった。きらきらシンクロは、まず複数のグループごとにシンクロし、光るタイミングを揃える。その後、グループごとに近くのグループとシンクロし始める。その結果、グループが段々大きなものになり、最終的には 1 つの集団となって 7 割前後のシンクロ率を保つ。

その一方で、ふわふわシンクロは時間が経過していてもシンクロ率が安定しない。きらきらシンクロと同様に、複数のグループごとに飛ぶ方向を揃えるが、それがより大きなグループになろうとする時に、グループ内での飛ぶ方向が定まらず、また、どこか別のグループの飛んでいる方向に影響されたりするので、お互いのメンバーが入れ替わったりグループの規模が変化したりはするが、なかなか大きなグループではシンクロしない。たまたま大きなグループができたとしても、他の個体の影響と、ホタル自身の持つ飛行のランダム性により、そのシンクロ率は持続しない。これは、発光リズムに対するノイズ強度よりも、移動方向に対するノイズ強度を大きく設定しているためだと考えられる。

3.2 結合強度とシンクロ率

パラメータの値を変化させて、シンクロ率がどのように変化するかを調べる。変化させるパラメータ以外の値は、上のシミュレーションと同じ条件にする。10000 単位時間経過したのち、10000 単位時間にわたって平均したシンクロ率を図 3~5 にプロットした。

発光リズムの結合強度 K 、飛ぶ方向の結合強度 H を変化させたものがそれぞれ図 3、図 4 である。きらきら度、ふわふわ度とも、それぞれの結合強度を上げるに伴い、そのシンクロ率も上がることがわかる。ふわ

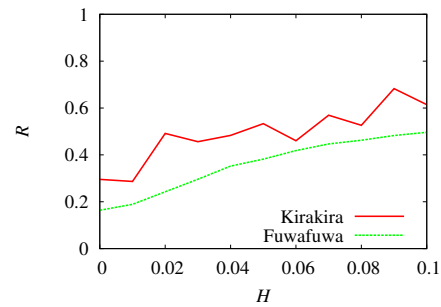


図 4: 飛ぶ方向の結合強度 H とシンクロ率

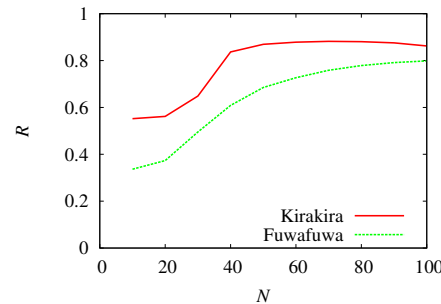


図 5: 個体数 N とシンクロ率

ふわ度においては、発光リズムの結合強度の変化に依存しない。しかしきらきら度においては、飛ぶ方向の結合強度にも依存してシンクロ率を上げている。これは、ふわふわ度が上がることでホタルが認識する光が増えるため、きらきら度も同時に上がると考えられる。

3.3 密度とシンクロ率

個体数 N を変化させたものが図 5 である。きらきら度、ふわふわ度ともに、個体数を増やす(密度を上げる)とシンクロ率が上がる。これは限られた空間内でのシミュレーションなので、密度が上がるとホタル同士の距離が近くなり、認識し合うホタルも増えてお互いがシンクロし合うので、よりシンクロ率が上がると考えられる。特にふわふわシンクロについては、最初のシミュレーションではグループがなかなか大きくならなかったが、密度が上がるにつれてホタルのグループ自体が大きくなり、高いシンクロ率を保つことができるのではないかと推測できる。

4 まとめと今後の課題

本研究では、結合強度や個体数(密度)とシンクロ率の相互関係について、シミュレーションを通して調べた。その結果、結合強度や個体数が上がるとシンクロ率も上がることがわかった。今後は、ノイズや周囲の明るさなどの環境が与える作用によって、シンクロ率がどのように変化していくか、ホタルの光り方に変化があるかを調べ、より現実に近いものになりたい。

参考文献

- [1] 郡宏, 森田善久. 生物リズムと力学系. 共立出版, 2011.
- [2] Tamas Vicsek, Anna Zafeiris. Physics Reports : Collective motion, pp.71-140, 2012.