

流体攪拌のシミュレーション

段家 加生里 (指導教員: 河村哲也)

1 はじめに

私たちは頻繁に流体攪拌をしている. 本研究では特に温度の異なる二流体の攪拌について検証することにする.

攪拌と言うと難しい気がするが, 例えばコーヒーにミルクを入れて混ぜたとき, いざ口にすると一口目が冷たかったり, お風呂に入るとき一瞬熱いと感じるが, いざ入ると底の方がぬるかったり, という経験は多くの人が体験したことがあるだろう.

本研究では熱い流体と冷たい流体を例にとりて, お湯と水をコップ内で様々な方法により混ぜ, 効率の良い混ぜ方を提案する.

2 格子生成

コップ型を模した円柱格子を考えた. この円柱格子は x を半径方向, y を円周方向, z を高さ方向とする. コップは半径: 高さ = 2 : 5 のものと仮定した. ただし中心は特異点になるため, 中心部分に細い芯があるとした.

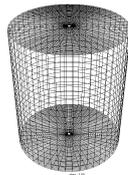


図 1: 円柱格子モデル

3 計算方法

3.1 基礎方程式

液体の流れは非圧縮性流体とみなせるので, 連続の式 (1), Navier-Stokes 方程式 (2), 熱に関する方程式 (3) を使用する. これらの方程式をフラクショナル・ステップ法を用いて計算した.

$$\nabla \cdot v = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla)v = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta v + \frac{Gr}{Re^2} T \kappa \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (v \cdot \nabla)T = \frac{1}{Re \cdot Pr} \Delta T \quad (3)$$

v : 速度ベクトル, p : 圧力 T : 温度
 Pr : プラントル数 Re : レイノルズ数
 Gr : グラスホフ数 κ : 重力方向の基底ベクトル

3.2 計算条件

時間間隔 $\Delta t = 0.0025$, レイノルズ数を 2000 とし計算した.

ただし計算ステップは計算結果 4.1 は 30000 とし, 4.2 は 50000 とした.

3.3 計算方法の比較

本研究では大きく分けて二つの計算方法でシミュレーションを行う.

一つ目はあらかじめ水とお湯をコップ内に二層化させておきマドラーでかき混ぜる方法である.

マドラーは以下の棒状マドラー, スプーン状マドラー, 湯かき棒状マドラーの 3 種類を想定した.

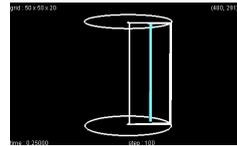


図 2: 棒状マドラー

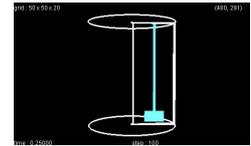


図 3: スプーン状マドラー

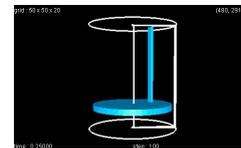


図 4: 湯かき棒状マドラー

二つ目はコップの中に水 (又はお湯) を注ぎ入れその勢いで混ぜる方法である.

具体的には気体部分を障害物とみなしてマスク処理をし, その障害物部分を時間ステップに伴い徐々に減らしていくことにより液体を注ぎ入れる様を表現した.

また, 簡易的ではあるが水面の形状を再現するために, 障害物部分は水面の z 軸方向の速度ベクトル成分によって変化させることとする.

以下の計算結果においては障害物部分を除き, 液体部分のみを表示する.

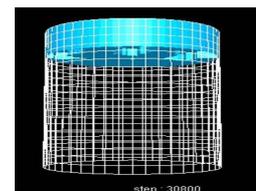
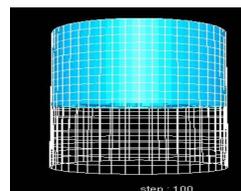


図 5: 障害物部分を減らす

4 計算結果

4.1 マドラーでかき混ぜる場合

4.1.1 かき混ぜず放置した場合

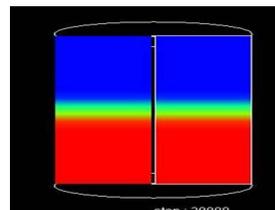


図 6: 上:水 下:お湯

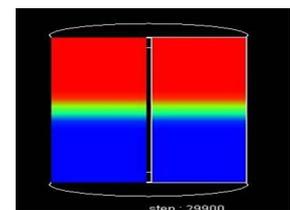


図 7: 上:お湯 下:水

4.1.2 棒状マドラーでかき混ぜた場合

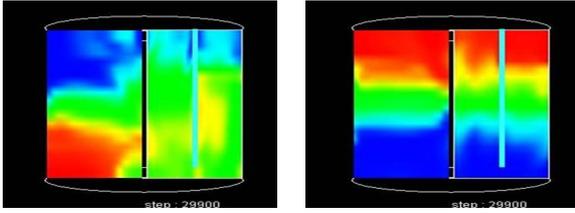


図 8: 上:水 下:お湯 図 9: 上:お湯 下:水

4.1.3 スプーン状マドラーでかき混ぜた場合

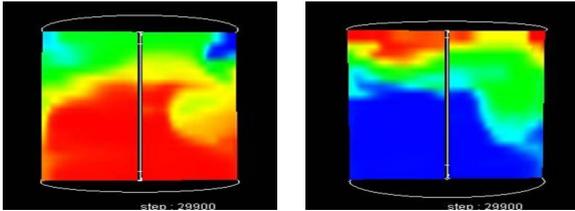


図 10: 上:水 下:お湯 図 11: 上:お湯 下:水

4.1.4 湯かき棒状マドラーでかき混ぜた場合

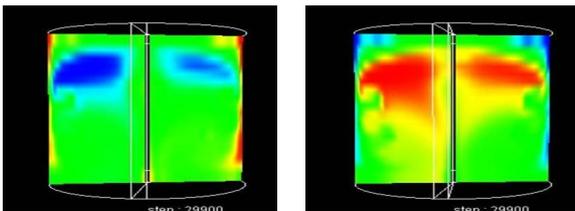


図 12: 上:水 下:お湯 図 13: 上:お湯 下:水

5 考察

結果 4.1.1 のようにかき混ぜずに放置する場合、時間が経過しても流体の運動は起きずに温度の広がりや拡散によるものだけであった。

図 2 の棒状マドラーで混ぜる結果 4.1.2 では、流体の運動が起きたため、放置した結果 4.1.1 よりも温度の広がりが大きかった。

図 3 のスプーン状マドラーで混ぜる結果 4.1.3 では、結果 4.1.2 よりもさらに温度の広がりが大きく、特に下にお湯を配置した場合で 30000 ステップ後には液体のほとんどが温まっていた。

図 4 の湯かき棒状マドラーで混ぜる結果 4.1.4 では、結果 4.1.2 や結果 4.1.3 とは違い、早い段階で全体が温まる様子が見られた。しかし他の結果とは違い、水が下にある場合がお湯が下にある場合よりも温かくなっていた。結果 4.1.4 において水が下の方がお湯が下の方よりも温かく混ざったのは、浮力より大きな力で強制的に液体を持ち上げたため、浮力の影響はあまり見られず、温度変化がマドラーの動きのみに影響したためだと思われる。

結果 4.2 の注ぎ入れる場合については、お湯に水を入れる場合の混ざり方は著しく、同結果の水にお湯を入れる場合とは大きな違いが見られた。

4.2 注ぎ入れる場合

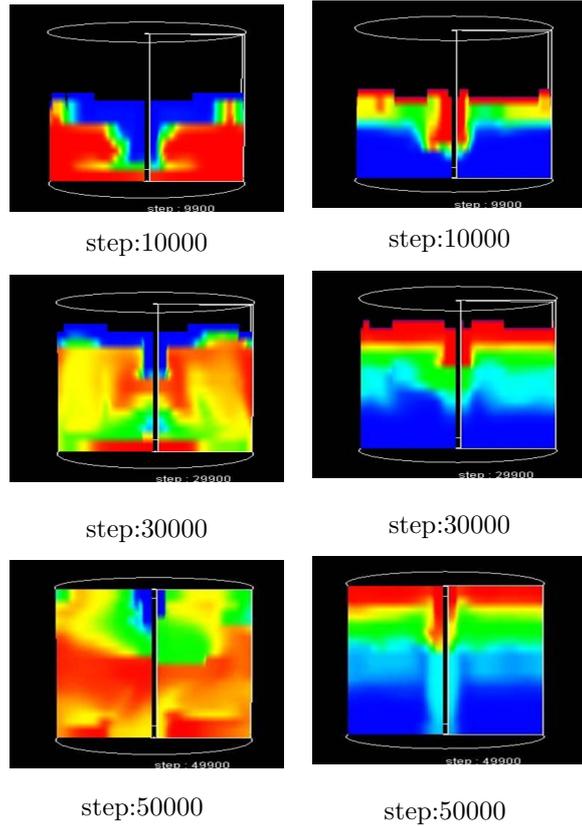


図 14: お湯に水をそそぐ 図 15: 水にお湯をそそぐ

全体としては、水を下に置く場合よりも、お湯を下に置く場合の方が温度の広がりが大きく、効率よく混ざった。これは浮力の影響であると考えられる。

マドラーの形状によって液体の混ざり方は大きく異なり、より効率が良いものは湯かき棒状のマドラーであることが本研究から明らかになった。

6 まとめと今後の課題

本研究では、マドラーの形状を変えたり注ぐ順番を変えることによってコップ内の温度の広がりがどのように違ってくるのかをシミュレーションにより調べた。

その結果として、マドラーの形状によって温度の広がり方に違いが見られた。また、温度の広がり方は注ぐ順番などにも大きく関係することが分かった。

今後の課題としては、より実際の状況に近づくよう、注いだ場合の水面の形状を自由表面として表現し、さらにそれをかき混ぜるなど、効率のよい混ぜ方を提案していきたい。

参考文献

[1] 河村哲也:「数値シミュレーション入門」,サイエンス社,ISBN4-7819-1134-X,2006