脳の血管内流れのシミュレーション
～脳卒中を想定して～

中村　陽子（指導教員：河村　哲也）

はじめに

近年の日本人の死因の三大原因は、死亡数が多いほうから順に癌・心臓病・脳卒中である。

第三位の脳卒中には、脳梗塞・脳出血・くも膜下出血という三つのタイプがある。そこで、本研究では脳梗塞およびくも膜下出血を取り上げ、血管内の流れの解析を行うことにした。

研究の概要

≪脳梗塞≫[Case1]二つに分岐した血管を用意し、一方の血管を閉塞させる。その閉塞部の大きさによって、分岐部付近の流れがどう変化するのかを調べる。

[Case2]脳梗塞の治療法の一つである浅側頭動脈-中大脳動脈吻合術（バイパス手術）の効果を検証する。吻合する角度による流れの違いを調べ、どの角度が一番良いかを推定する。

≪くも膜下出血≫[Case3]脳動脈瘤は血管分岐部に出来ることが多い。そこで、1:1、1:2 に分岐している血管を用意し、分岐部に脳動脈瘤を作る。脳動脈瘤がまだ破裂していないという条件のもとで、それぞれの流れを比較する。なお、脳動脈瘤の大きさは両方とも同じとした。

用語の意味

［浅側頭動脈-中大脳動脈吻合術］

頭皮に栄養を供給している浅側頭動脈を、脳にある中大脳動脈につなぎ、脳に血液を行きわたらせる手術のこと。

［脳動脈瘤］

脳の動脈にできた瘤（コブ）のこと。くも膜下出血の原因の 8 割以上が脳動脈瘤の破裂による。

格子生成と座標変換

格子は二次元で扱い、二次元座標変換 $\xi = \xi(x, y)$、$\eta = \eta(x, y)$を用いる。

基礎方程式

細長い流路内の非圧縮性の流れ（血管内の流れ）を数値的に求める場合の大きな問題点として、連続の式を精度よく満たすことが難しいことが挙げられる。非圧縮性の流れの数値的解法として多用される方法に、MAC 系の解法と流れ関数 - 渦度法があるが、それぞれ欠点があり、MAC 系の解法では、連続の式を近似的にしか満足されない。流れ関数 - 渦度法は、原理的に連続の式が厳密に満足されるが、二次元に適用が限られること、そして分岐する流れの場合に分岐後の流量を決めることが難しい。血管内の流れは三次元で取り扱う必要が多いので、MAC 系の解法を使わざるを得ない。MAC 系の解法で連続の式が満足されにくいのは、主に圧力のポアソン方程式を反復法によって収束させることが難しいからである。そこで本研究では、細長い領域（血管内）であることに着目し、流れを主流とそれからのずれの和で表し、連続の式は主流によりおおよそ満足させるという方法で計算する。すなわち $\boxed{u = f(t) + \tilde{u},\ p = -f'x + c + \tilde{p}}$ とおいて、連続の式と運動方程式に代入する。

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + (f + \tilde{u})\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + v\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} + \frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial y^2}\right) \qquad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (f + \tilde{u})\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial y} + \frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \qquad (3)$$

[u：x 方向の速度（$\tilde{u}$ ：ずれ）、v ：y 方向の速度、p ：圧力（$\tilde{p}$ ：ずれ）、Re ：レイノルズ数、f ：脈動流（拍動流）、c ：定数]となる。これらの方程式を、MAC 法を用いて解く。

なお、壁面上での境界条件は $u = 0$ であるため、$\tilde{u} = -f(t)$となる。

格子が分岐する場合、以下のように扱う。簡単のため、二つに分岐する場合を説明する。分岐後の上の血管と下の血管の太さの比が m ：n であるとき、入口での流量を Q とした場合、分岐後は上の血管の主流速度を上の血管の流量が $mQ/(m+n)$、下の血管の主流速度を下の血管の流量が $nQ/(m+n)$になるように決めた。三つに分岐する場合も同様に扱う。

計算方法

[Case1] 血管の入り口の流速を $u = 1 + 0.5\sin \omega t$ とし、血管形状は、分岐後は直線、閉塞部は正弦関数で表した。

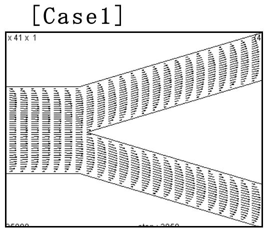
[Case2]上の血管、下の血管ともに、入り口の流速を $u = 1 + 0.5\sin \omega t$ とし、下の血管形状は途中から放物線を用いた。閉塞部は正弦関数である。なお、上の血管と下の血管の太さ、閉塞の大きさ、血管をつなぐ場所はどの場合も同じとした。

[Case3] 血管の入り口の流速を $u = 0.25 + 0.125\sin \omega t$ とし、分岐後は $\sqrt{x}$ の形の関数を用いた。コブは正弦関数である。

全ての[Case]で、時間ステップ数：5000、ポアソン方程式の反復回数：100、レイノルズ数：100、時間刻み幅：0.005 で計算した。

計算結果（速度ベクトル）

[Case1]



<用いたモデル>

Fig.1

<閉塞部の大きさによる比較>

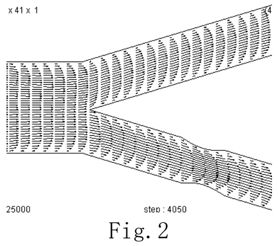


Fig.2

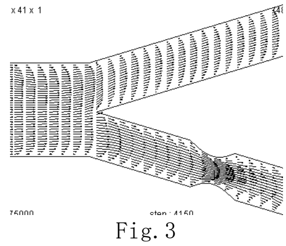


Fig.3

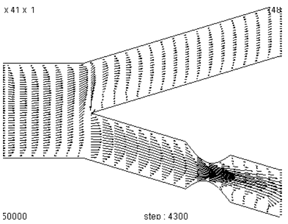


Fig. 4

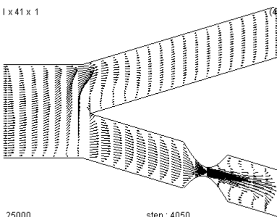
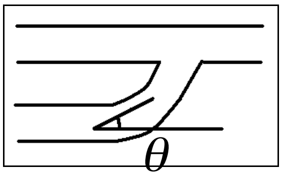


Fig. 5

[Case2]上の血管を中大脳動脈、下の血管を浅側頭動脈とした。(θ は吻合角度である)



〈θ <30° の場合〉

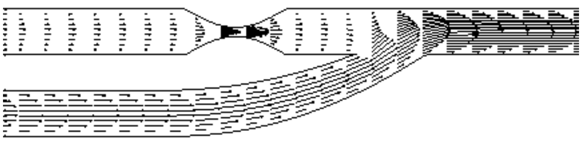


Fig. 6

〈θ =30° の場合〉

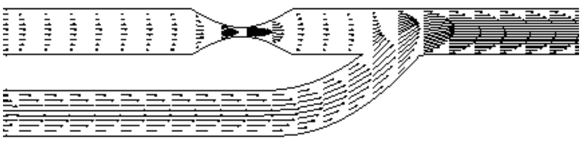


Fig. 7

〈θ =60° の場合〉

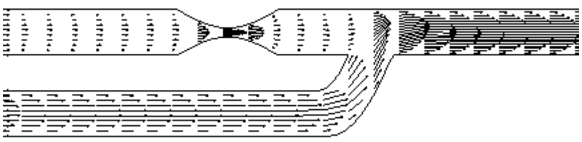


Fig. 8

[Case3]

〈約 1:1 の太さに分岐する場合〉

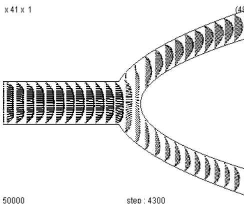


Fig. 9

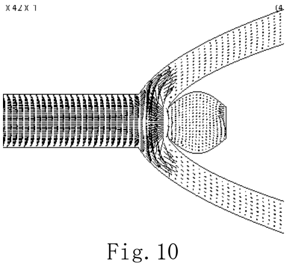


Fig. 10

〈約 1:2 の太さに分岐する場合〉

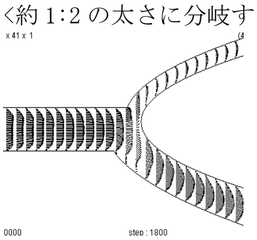


Fig. 11

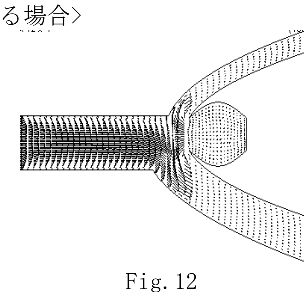


Fig. 12

考察とまとめ

[Case1]閉塞していない血管では、Fig. 13 のように滞りなくスムーズに流れる。

一方、閉塞している血管の場合は、Fig. 14 に示すように、閉塞部が大きくなるにつれ、分岐前の血液(上の血管の血液も少し含むが)が矢印のように流れる。白丸の部分で、拍動するたびに血液のはっきりとした循環が起こってくる。また、黒丸の部分で、速度ベクトルの向きが血管壁に沿っていたのが、段々と上に向くようになる。以上のことを踏まえると、閉塞部が大きくなるにつれ、血液循環がうまくいかないことが言える。

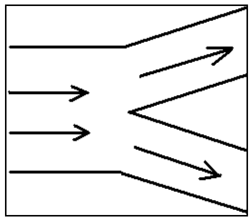


Fig. 13

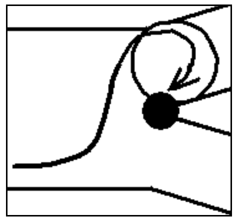


Fig. 14

[Case2]全ての場合において、上の血管は閉塞しているため、あまり流れなく(逆流している)、血管が合流した後の速度が大きくなることが分かった。つまり、この手術は有効であることが示せた。

そして、全ての場合で、血管合流部上方で、速度ベクトルがバラバラの方向を向くことが分かった。

どの角度が一番良いかだが、吻合角度が緩やかである程、血管合流部以降スムーズな流れをしていることが分かった。つまり、30 度未満が一番良い。

[Case3]脳動脈瘤の中は、流れの向きが変わるのが激しく、不安定である。そのため、どういう流れをしているのか掴みにくい。はっきりと流れが分かるのは、脳動脈瘤のネックと先端である。脳動脈瘤の先端は、速度が定期的に大きくなることが分かった。詳しく言うと、ネック付近で脳動脈瘤から出て行く速度が大きくなるにつれ、先端の真ん中から上方で、速度ベクトルの向きがコブの内側に向くのに対して、先端の真ん中から下方では、コブの外側に向き、両ベクトルともに速度が大きくなっていた。

入り口から送られてくる血液と、脳動脈瘤から出る血液が分岐部付近でぶつかるが、1:1 の場合は 1:2 の場合に較べて、ぶつかる範囲が広かった。その影響で、分岐前の血管に流れる量が 1:2 の場合の方が多い。したがって、全体的に見て、血液の流れは 1:2 の方が良いと言える。

今後の課題

血管は三次元なので、格子を二次元から三次元に拡張し、血管壁面に働く壁面せん断応力を考慮したい。

謝辞

本研究を進めるにあたりご指導いただきました、河村先生、本研究室の先輩方に深く感謝いたします。そして、支えてくださった家族に感謝いたします。

参考文献

[1]田中悠紀:『血管手術における効果の数値的検証』お茶の水女子大学卒業論文　2006

[2]坂本憲美:『血管内流れの効率的数値解法の研究』お茶の水女子大学修士論文　2004

[3]河村哲也、大野布美子、中村陽子 :『分岐のある細長い流路内の流れの計算法』　第 20 回数値流体力学シンポジウム論文　2006

[4]山口和克 :『病気の地図帳』　講談社　1992

[5]河村哲也 :『流体解析Ｉ』　朝倉書店　1996