



1

問題を解くのと答えを確かめるのってどっちが難しいの？



PROVE P vs NP, GET 1M DOLLAR

# 研究室紹介

長尾研

# 長尾研概略

⇒ 教員： 長尾 篤樹 居室：401室

⇒ 専門： 理論計算機科学

(計算量理論, アルゴリズム論, 組合せゲーム・パズル等)

⇒ 授業： 2年前期『~~システムプログラミング実習~~』

3・4年前期『言語理論とオートマトン』 ○

3・4年後期『計算基礎論』 ◎

⇒ 研究室： 408室

⇒ 次年度の学生： M2:2名, M1:3名  
B4:3~4名?

# 長尾研スケジュール予定



## ⇒ゼミ・ミーティング

⇒コアタイムは週3+1コマほど。

⇒それ以外も研究室に入り浸ってくれると嬉しい

⇒卒研用に個別ミーティング 証明を作ろう！

⇒輪講・進捗報告会 人前で話す訓練！

## ⇒学会等

⇒7月頭：50人規模のシンポジウム@淡路島

⇒本来は合宿形式だが今年は個別宿泊

⇒随時：成果が出れば各地で学会発表

⇒良い結果だと海外へ！



# 専門分野の説明



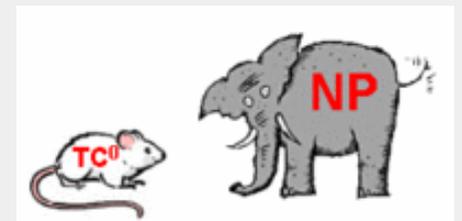
## 理論計算機科学

- ⇒ 計算機科学分野のうち、理論を扱う分野
  - ⇒ 組合せ理論・グラフ理論・情報理論等を扱う
    - ⇒ 確率論・(線形)代数等も時々扱う



## 計算量理論

- ⇒ 問題(関数や言語, 集合)の難しさをその問題を解く計算モデルの要求するリソースの規模によってクラス分けする学問

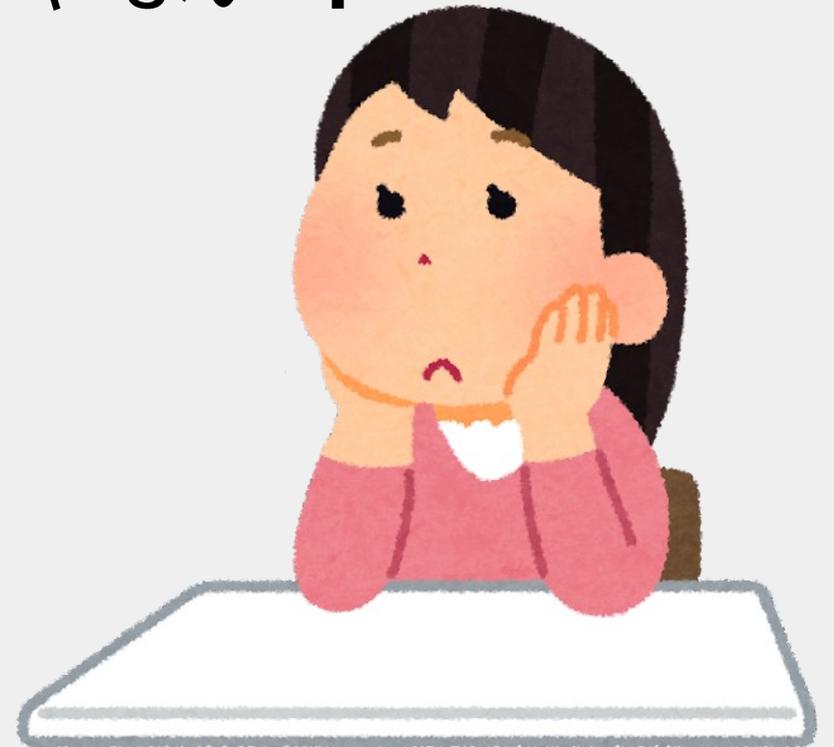


# 究極のテーマをザックリと

⇒「難しい」ってなに？

⇒≡パズルやゲームの「楽しい」ってなに？

⇒それってNP完全じゃない？



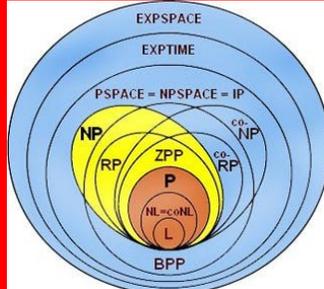
# 扱うテーマはいろいろ

最近の卒論では  
・計算量理論  
・グラフ理論  
・組合せゲーム理論  
が取り組まれている。

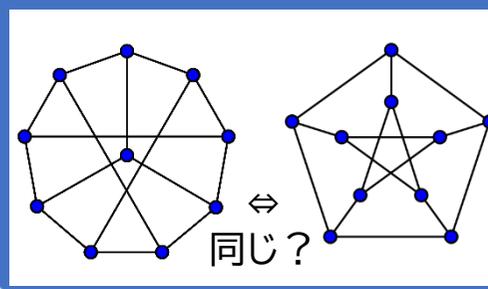
⇒ キーワード: NP完全, アルゴリズム

⇒ グラフ・論理パズル・組合せゲーム等も…

## 計算量理論



## グラフ理論



## 厳密アルゴリズム

### Exponential Time Algorithms for 3SAT

- $2^n$  algorithm is trivial
- 1.618<sup>n</sup> [Monien, Speckmeyer 85]

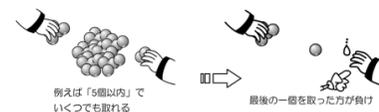
$$F = (x_1 \vee x_2 \vee x_3)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3) \cdots (\bar{x}_1 \vee x_2 \vee \bar{x}_3) \cdots$$
$$\begin{array}{c} x_2 = 0 \quad x_2 = 1 \\ T(n-1) \quad T(n-2) \end{array}$$
$$T(n) = T(n-1) + T(n-2) \Rightarrow T(n) = \left( \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n$$

always size  $2^n$

$$F = \cdots \cdots (x_1 \vee \vee \vee) \cdots \cdots (\bar{x}_1 \vee \vee \vee) \cdots \cdots$$

## 組合せゲーム理論

### 二人対戦石取りゲーム (ニム)

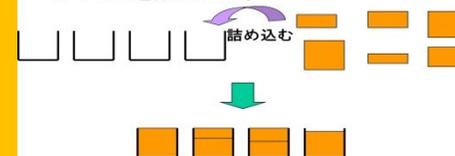


- 先手が有利? 後手が有利?
- 石取りゲームはルールによっては簡単に先手必勝手順が見つかる
- じゃあ「一列に並べて隣り合う石しか取れない」ルールなら…?
- 一列ではなく、グラフの頂点に石を置いてみると…?

## 近似アルゴリズム

### ビンパッキング

- ・使用するビン(箱)の数が最小になるように、アイテムを詰め込む。



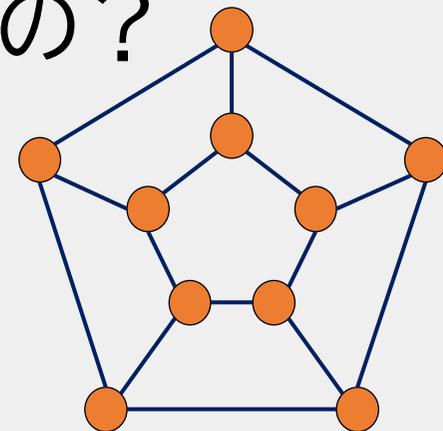
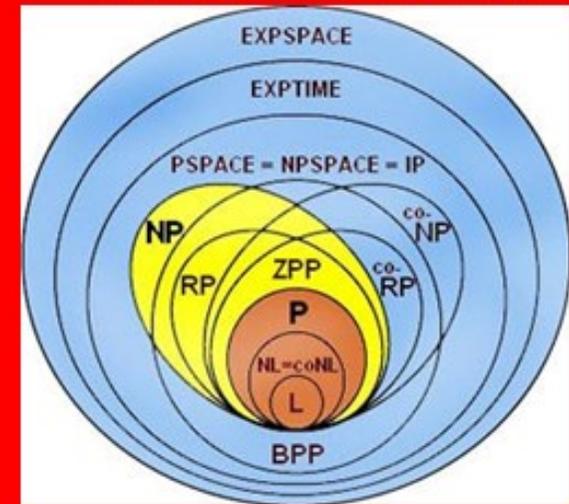
# 計算量理論

⇒ 問題の『難しさ』  
を追求するテーマ

⇒  $P \neq NP$ 問題を筆頭とした様々な課題が

- ⇒ 非決定性計算って強いのか？
- ⇒ 乱数を使うと扱える問題は増えるのか？
- ⇒ 量子アルゴリズムって本当に強いのか？
- ⇒ 難しいパズルってどんなの？
- ⇒ 難しいゲームって？

## 計算量理論





# グラフ理論

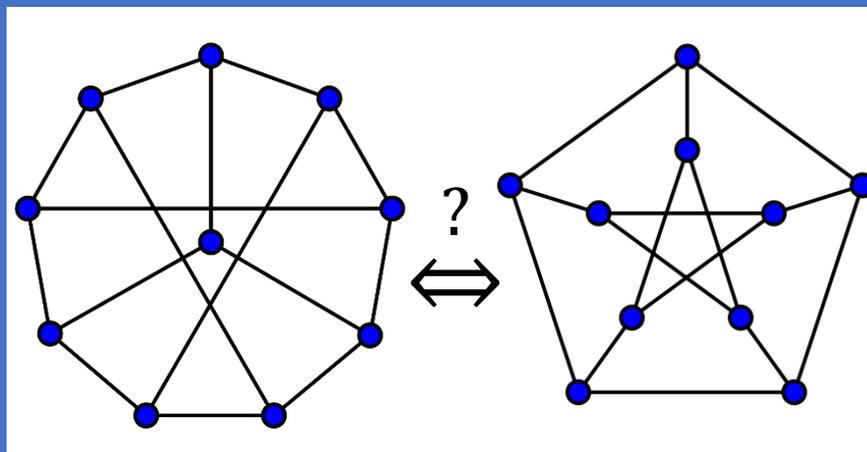
⇒ NP完全な問題も  
豊富なジャンル

⇒ グラフの特徴を様々な視点で探ろう！

- ⇒ ハミルトン閉路問題は一般にはNP完全
  - ⇒ グラフを二部グラフに制限してもNP完全
  - ⇒ 全頂点の次数が3でもNP完全
  - ⇒ 最大次数3の平面グラフでもNP完全

⇒ でも、4-連結だと線形時間で解ける！

## グラフ理論



# 組合せゲーム理論

⇒ ゲームやパズルを  
計算量の観点で

⇒ 『難しい』パズルとそうでないパズル？

⇒ 計算量理論の言葉で説明可能

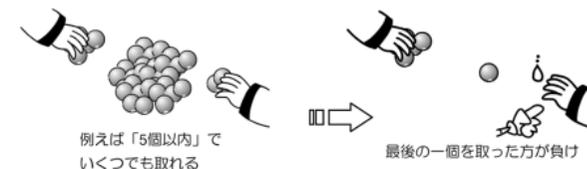
⇒ 勝つのが『難しい』ゲームとは…？

⇒ 同様に説明可能

⇒ グラフ上の問題やSATから帰着して証明

## 組合せゲーム理論

二人対戦石取りゲーム (ニム)



- 先手が有利？ 後手が有利？
- 石取りゲームはルールによっては簡単に先手必勝手順が見つかる
- じゃあ「一列に並べて隣り合う石しか取れない」ルールなら…？
- 一列ではなく、グラフの頂点に石を置いてみると…？

# 厳密アルゴリズム

⇒ NP完全な問題を  
できるだけ早く解く

⇒ 多項式時間アルゴリズムが  
存在しなさそう…だけど…!

⇒ SATは総当たりで  
 $O(2^n)$ の計算時間  
⇒ 2をできるだけ  
小さく!

## 厳密アルゴリズム

### Exponential Time Algorithms for 3SAT

- $2^n$  algorithm is trivial
- $1.618^n$  [Monien, Speckenmeyer 85]

$$F = (x_1 \vee x_2 \vee x_3)(x_1 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5)(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_6) \cdots (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) \cdots$$



$$T(n) = T(n-1) + T(n-2) \Rightarrow T(n) = \left( \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n$$

always size 2?

$$F = \cdots \cdots (x_1 \vee \circ \vee \circ) \cdots (\bar{x}_1 \vee \circ \vee \circ) \cdots$$

Table 1. Worst case upper bounds for 3-SAT

| c     | type | ref.     | c       | type  | ref.              |
|-------|------|----------|---------|-------|-------------------|
| 1.839 | det. | [MS79]   | 1.362   | rand. | [PPSZ98]          |
| 1.769 | det. | [Dan83]  | 1.334   | rand. | [Sch99]           |
| 1.618 | det. | [MS85]   | 1.3302  | rand. | [HSSW02]          |
| 1.579 | det. | [Sch92]  | 1.32971 | rand. | [Rol03a]          |
| 1.505 | det. | [Kul99]  | 1.3290  | rand. | [BS03]            |
| 1.497 | det. | [Sch96]  | 1.32793 | rand. | [Rol03b]          |
| 1.481 | det. | [DGH+02] | 1.3238  | rand. | [IT04]            |
| 1.476 | det. | [Rod96]  | 1.32267 | rand. | [IT04] + [PPSZ05] |
| 1.473 | det. | [BK04]   | 1.32216 | rand. | [Rol06]           |
| 1.465 | det. | [Sch08]  | 1.32113 | rand. | This paper        |





# どんな学生がマッチするか



- ⇒ 読む見る考える遊ぶが好きな人
  - ⇒ 基本的に論文・教科書相手の生活
    - ⇒ 人間と共同作業でモノづくりが一番遠い…
  - ⇒ 学会の懇親会でボードゲームをすることも
    - ⇒ 研究室にもたくさんあります

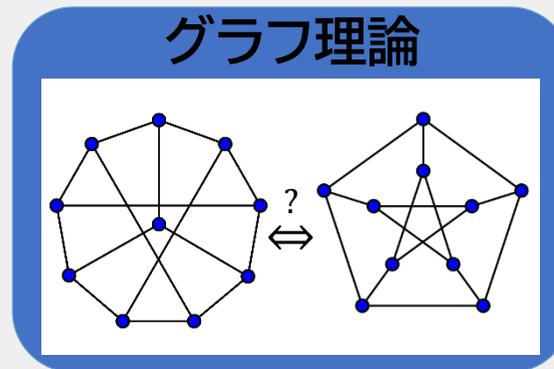
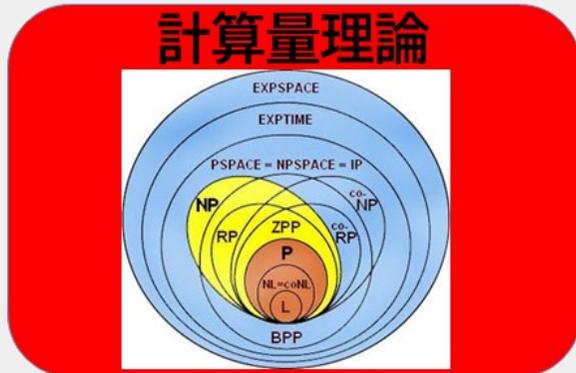
- ⇒ 研究室に居座りたい人
  - ⇒ 雑談から解決の糸口が見つかる事も
  - ⇒ 一人で黙々と研究するのも◎
  - ⇒ 腰を据えて博士後期課程進学も 



# 長尾研にてお待ちしております。

⇒ アルゴリズム・計算量を研究しませう

⇒ 自身の興味をアルゴリズムに絡めるのも歓迎！



### 厳密アルゴリズム

Exponential Time Algorithms for 3SAT

- $2^n$  algorithm is trivial
- $1.618^n$  [Monien, Speckmeyer 85]

$$F = (x_1 \vee x_2 \vee x_3)(x_1 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5)(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_6) \cdots (\bar{x}_1 \vee \bar{x}_4 \vee \bar{x}_5) \cdots$$

$x_2 = 0$  →  $T(n-1)$   
 $x_2 = 1$  →  $T(n-2)$

$$T(n) = T(n-1) + T(n-2) \Rightarrow T(n) = \left( \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n$$

always size  $2^n$ ?

$$F = \cdots \cdots (x_1 \vee \vee \vee) \cdots \cdots (\bar{x}_1 \vee \vee \vee) \cdots \cdots$$

### 組合せゲーム理論

#### 二人対戦石取りゲーム (ニム)

例えば「5個以内」でいくつでも取れる  
最後の一回を取った方が負け

- 先手が有利？ 後手が有利？
- 石取りゲームはルールによっては簡単に先手必勝手順が見つかる
- じゃあ「一列に並べて隣り合う石しか取れない」ルールなら…？
- 一列ではなく、グラフの頂点に石を置いてみると…？

### 近似アルゴリズム

#### ビンパッキング

- 使用するビン(箱)の数が最小になるように、アイテムを詰め込む。

