

回転流体内におかれた背の低い障害物まわりの流れのパラメータ依存性

理学専攻・情報科学コース 折田 玲奈 (指導教員：工藤 和恵)

1 はじめに

地衡流では回転軸を z 方向にとれば、速度ベクトルの z 方向微分は 0 になり流れは 2 次元性をもつ (テイラー・プラウドマンの定理)。この 2 次元性のため、領域底面に背の低い障害物を置くとその障害物をよける流れが、障害物が存在しない上方にも持続することになり、目に見えない仮想的な柱が立っているようにふるまう (テイラー柱) [1]。本研究では直方体領域の底面に背の低い角柱と円柱の障害物をおき、領域に流入する一様流の存在のもと、流れ (主としてテイラー柱) のふるまいを、ナビエ・ストークス方程式を数値的に解くことにより調べた。特に領域にある程度強い流れが流入し、慣性力が無視できない状態においてテイラー柱がどのようになるかを詳しく調べた。まずは簡単のために密度成層を考慮しない場合について、ロスビー数やレイノルズ数 (エクマン数)、さらに障害物の高さを変化させて解析した。次に、より現実環境に近づけるために密度成層の成層度などを変化させて解析した。

2 基礎方程式

基礎方程式として非圧縮性のナビエ・ストークス方程式および密度の移流方程式を用いた。密度成層がある場合では、密度は基準密度 $\rho_0(z)$ とそれからのずれとし、基準密度はナビエ・ストークス方程式の圧力項に含める。これらの方程式を代表速度 U 、水平方向の代表長さ L を用いて無次元化する。なお、水平スケールと鉛直スケールが非常に異なる場合は一般的には鉛直方向の代表長さは別にとる [2]。また、密度成層を考慮しない場合の計算では、密度 ρ は定数とした。

3 数値解法と計算条件

解法としてフラクショナル・ステップ法 [2] を用いた。計算領域は直方体領域であり、左の側面から流体が一樣な速度で流入しているとする。底面はすべりなし壁、上面はすべり壁とし、その他の境界面では自由流出とした。ただし、側面上流側の一部分は計算を安定させるためすべり壁にしている。格子は障害物から離れるにつれて粗くなる不等間格子を用いたが、障害物付近では各方向に等間格子としている。全格子数は水平方向に 120×120 、鉛直方向に 80 である。障害物は主として領域の高さに比べて背の低い直方体 (ただし、高さは底辺を 1 としたとき 0.5 とし、これを基準にして、半分と 2 倍も計算) としたが比較のため四角錐や円柱、楕円柱の場合も計算した。ただし、スペースの関係で結果は省略する。初期の流れは入口境界を除いて流速 0 とした。なお、入口で時間的に流れの角度を変化させているのは、流れに乱れを与えて障害物後方にカルマン渦などが短時間で発生しやすいようにするためである。

4 計算結果

4.1 密度成層を考慮しない場合

以下の結果では、計算の最後の状態における渦度を、色を用いて描画した。ただし、結果をわかりやすく表示するため、渦度が 1 以上の場合には 1 とし、マイナス 1 以下の場合にはマイナス 1 として、赤から青に向かって値が小さくなっている。ロスビー数が 100,000 の場合を計算したのは、極端に大きくすることで、回転の効果がない状況を仮定するためである。

4.1.1 x-y 断面における渦度 y 成分 (障害物：四角柱)

図 1 に障害物の上面より少し下における x-y 断面での渦度の y 成分を描画した。レイノルズ数の値は同じままで、ロスビー数の値を変化させたときの結果に注目する。例えば、 $Re=300$ と 3000 の行ではそれぞれ、ロスビー数が大きくなるほど x 軸と渦列の角度が小さくなっていることから、レイノルズ数の値が同じとき、その角度はロスビー数の大きさによっていることが分かる。次に、ロスビー数が 1 の列と 2 の列にそれぞれ注目すると、レイノルズ数が大きくなるほど、渦列全体の長さが長くなっている。これは、レイノルズ数が大きいと粘性の効果が小さく、流す効果が大きいためだと考えられる。

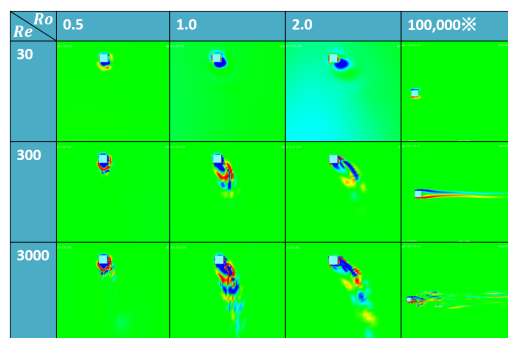


図 1: 流入速度に平行で障害物の中心を通る x-y 平面の渦度分布 (横列：ロスビー数、縦列：レイノルズ数 ※ $Ro=100,000$ のみ渦度 z 成分を描画)

4.1.2 y-z 断面における渦度 z 成分 (障害物：四角柱)

次に、図 2 は、障害物の下流における渦度を、y-z 断面から見た図である。流れを横から見た図になっている。渦度の z 成分を描画した。特に、左側の 2 列では、横から見たときに、渦度の柱のような構造が上に向かって伸びている。レイノルズ数の値が同じとき、ロスビー数が 1 から 0.5 に小さくなると、渦度の柱は上方向に伸びていく。また、底面に対する角度は大きく、垂直に近くなっている。これは、ロスビー数を大きくすることは、流速 U を大きくする効果があるため、流されると考えられる。それから、ロスビー数が同じとき、縦 1 列を見ると、傾斜は、レイノルズ数の値によらずほとんど同じであるといえる。

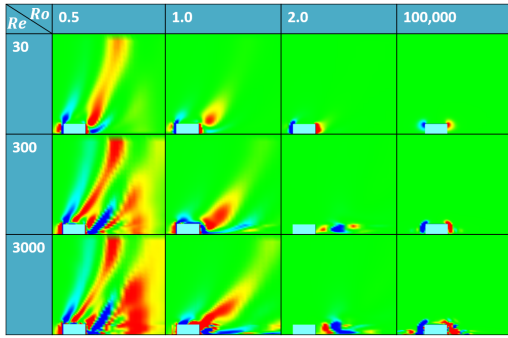


図 2: 流入速度に平行で障害物の中心を通る y - z 平面の渦度分布 (横列: ロスビー数, 縦列: レイノルズ数)

4.1.3 障害物の高さを半分にしたときの渦度

次に, 障害物の高さを変化させた. 前節までの障害物の高さを「基準の高さ」とし, その高さの半分にした. 渦度の z 成分を描画して結果を比較した (図は省略). 特に, ロスビー数が 0.5 と 1 の 2 列では, 障害物の高さを半分にすると, 上の面まで到達していた渦度の柱のような構造は短くなり, また, シェーディングの濃さから, 強さが弱くなっていることがわかる.

4.1.4 障害物の高さを 2 倍にしたときの渦度

次に, 障害物の高さを, 基準とした高さの 2 倍にし, 同様に渦度 z 成分を描画して結果を比較した (図は省略). まずロスビー数が 0.5 の場合は, 柱状の構造は, 障害物の高さを 2 倍にしたとき, 各結果において, より太くなっていた. さらに, 角度に関して, 結果が一番顕著であった, ($Ro=0.5, Re=3000$) に注目すると, 地面に対する角度が, 障害物の高さを 2 倍にすると, ほとんど垂直になっている. さらに, ロスビー数が 1 の列を見ると, 障害物の高さが基準のときは領域の半分程度までしか伸びていなかったが, 障害物の高さ 2 倍にすると, 上の面まで到達するようになっていた. つまり, これらの結果から, 障害物の高さを高くすると, 渦列は長く, 太く, そして垂直に近くなったといえる.

4.2 密度成層を考慮する場合

4.2.1 y - z 断面における渦度 z 成分 (障害物: 四角柱)

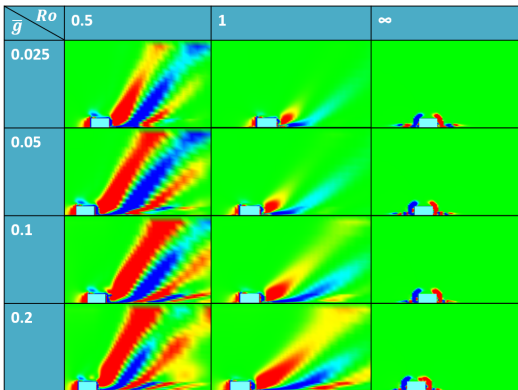


図 3: 密度成層存在下における, 流入速度に平行で障害物の中心を通る y - z 平面の渦度分布 (横列: ロスビー数, 縦列: 無次元化した重力加速度)

図 3 は流入する流れに垂直で物体の中央を通る断面における表示であり, 回転がない場合 (3 列目) ではスパン方向の面になる. そのため物体の右側の狭い領域で正の渦度, 左側の狭い領域で負の渦度が生成されていることがわかる. 一方, 1 列目と 2 列目は後流を切る断面になっている. 2 列目に注目すると, 物体のすぐ後流側から右上方向に向かって傾いた渦度の領域が, 値が正と負の順に現れる. そして重力が大きいくほど顕著に上方向にのびていることが見てとれる. この構造がもつ傾斜は重力の大きさにかかわらず同じである. 次に 1 列目に注目すると, 後流部分に 2 列目と同様であるがさらに顕著な傾斜構造がみられる. その傾きは 2 列目に比べて垂直に近くなっているが, 重力の大きさにはあまり影響を受けていない.

5 まとめ

本研究では回転する流体中におかれた背の低い障害物まわりの流れを数値的に非圧縮性ナビエ・ストークス方程式を解くことにより調べた [3][4]. よく知られているように, 圧力勾配とコリオリ力が釣り合う流れでは, テイラー・プラウドマンの定理が成り立ち, 障害物上方にテイラー柱ができる. 一方, 障害物に当たる流れが強い場合には慣性力も考慮する必要がある. 本研究の結果, 障害物の下流側に, 障害物の軸と傾斜した流れの構造 (軸方向に流れが変化しない傾斜した領域) が現れることがわかった. 密度成層を考慮しない場合の結果では, 回転軸に対する傾斜角はロスビー数が大きいほど小さくなったが, レイノルズ数に対しては依存性はあまり見られなかった. また, 密度成層を考慮した場合の結果から, 密度成層が流れの 2 次元性を増す働きをすることがわかった. このことは障害物まわりの流れではブロッキング現象として知られている. 障害物後流で急速に流れが下方に向かうのはブロッキングの影響であり, それが上方に伝わるのも 2 次元性が強化された結果と考えられる. したがって, 成層を強くすることによって傾斜構造がよりはっきり現れたと考えられる.

謝辞

本学の河村哲也名誉教授には温かいご指導ご鞭撻を賜りました. また, 山田道夫京都大学・東京大学名誉教授には研究について有益な助言をいただきました. 心より感謝申し上げます.

参考文献

- [1] Tritton, D.J. : Physical Fluid Dynamics, 2nd Ed. p.220 (1988) Oxford Science Publications
- [2] Vallis, G.K. : Atmospheric and Oceanic Fluid Dynamics: Fundamentals and Large-Scale Circulation (English Edition) 2nd ed. Cambridge University Press, 2017.
- [3] 折田他, 日本流体力学会年会 2023 講演予稿集, 2023, 9.
- [4] 折田他, 第 37 回数値流体力学シンポジウム 講演予稿集, 2023, 12.