

# 生物対流のパターン形成の数値シミュレーション

理学専攻・情報科学コース 岡村香奈

## 1 はじめに

鞭毛藻など微生物において、特徴的な多角形のパターンを作るものが知られている。この現象は熱対流に似ていることから生物対流と呼ばれている。図1<sup>(1)</sup>は微生物クラミドモナスによるパターンを上から見た図である。図2<sup>(1)</sup>は容器を横から見たときのパターンであり、濃い部分は微生物が集まり下降している部分、薄い部分は上昇している部分を表している。

現在までに生物対流の形成過程を説明する流体力学的モデルに「密度不安定性モデル」<sup>(2)</sup>と「gyrotaxis不安定性モデル」<sup>(3)</sup>の2つがある。実際どちらのモデルによってこの現象が生じているのか、もしくは両方の効果で起きているのか、今もなお議論されている。また、微生物の拡散係数も詳細な値は知られていない。

本研究では「密度不安定モデル」の流体力学的モデルを基に、拡散係数の変化によるパターンの変化や、「gyrotaxis不安定性モデル」を加えた場合について計算を行った。

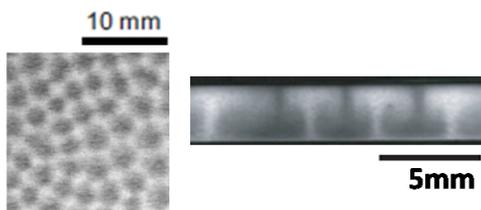


図 1: 表面<sup>(1)</sup>

図 2: 鉛直方向<sup>(1)</sup>

## 2 生物対流の流体力学的モデル

### 2.1 密度不安定性モデル

密度不安定性モデルは生物対流が熱対流に類似したメカニズムで起こっていると考え、走性（主に反重力走性）による上昇遊泳を対流の駆動力としている。微生物は周囲の水より重いため、上昇遊泳によって培養液上層に蓄積した後、密度の不安定性を生じて塊をなして沈み始めると考えられている。

### 2.2 gyrotaxis 不安定性モデル

本モデルでは、クラミドモナスなどの微生物が“下向きの流れに引き込まれる性質”（gyrotaxis）を生物対流形成の原動力とみなしている。培養液中で「たまたま」下向きの流れが生じると微生物はそこに引き込まれ、小さな乱れがやがて規則的な対流パターンと発展すると考えられている。

## 3 計算方法と条件

### 3.1 計算領域と格子

底面の大きさを  $4 \times 4$  [cm] とし、深さは  $0.4$  [cm] 直方体容器で計算を行った。また、この計算領域を  $80 \times 80 \times 16$  の等間隔直方体格子に分割した。

### 3.2 基礎方程式

基礎方程式には連続の式 (1)、非圧縮性 Navier-stokes 方程式 (2)、微生物の個体数密度に関する移流拡散方程式 (3) の3つを用いた。

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0 & (1) \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} &= -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{K} & (2) \\ \frac{\partial n_p}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) n_p &= -w_p \frac{\partial n_p}{\partial z} + k_h \left( \frac{\partial^2 n_p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 n_p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 n_p}{\partial z^2} \right) & (3) \end{aligned}$$

$\mathbf{v}$ : 速度ベクトル、 $\nu$ : 動粘性係数  
 $\rho_0$ : 水の密度  $p$ : 圧力  
 $n_p$ : 微生物個体数密度、 $g$ : 重力加速度  
 $k_h$ : 微生物の拡散係数  
 $w_p$ : 微生物の上昇速度 ( $1.0 \times 10^{-2}$  [cm/s])  
 $v_p$ : 微生物の体積 ( $5.2 \times 10^{-10}$  [cm<sup>3</sup>])  
 $\rho_p$ : 微生物の密度 ( $1.05$  [g/cm<sup>3</sup>])  
 $\mathbf{K} = (0, 0, -\frac{\Delta \rho}{\rho_0} g)$ : 単位体積あたりの外力  
( $\Delta \rho = V_p \cdot (\rho_p - \rho_0) \cdot n_p$ )

式 (1)~式 (3) をフラクショナルステップ法で解いた。なお、スタガード格子を用いて計算した。

### 3.3 境界条件、初期条件

速度と圧力の境界条件は、底面と側面は no-slip 条件とし、液体表面も蓋を付けた場合を想定したため、no-slip 条件とした。微生物個体数密度の境界条件は、微生物の総数は変化しないという条件から、

$$\left. \frac{\partial n_p}{\partial x} \right|_{wall} = 0, \left. \frac{\partial n_p}{\partial y} \right|_{wall} = 0, \left. \frac{\partial n_p}{\partial z} \right|_{wall} = 0$$

とした。

初期状態は微生物はランダムに分布し静止しているとしたため、速度の初期条件は  $0$  [cm/s]、微生物の個体数密度  $n_p$  の初期条件は乱数で与え、 $n_p = 5.0 \times 10^5 \sim 2.0 \times 10^7$  [cells/ml] 前後になるように調節した。

### 3.4 gyrotaxis 効果

速度勾配の傾きが大きい程引き込まれやすいという特性より微生物の遊泳速度を計算する。

まず、渦度  $\omega$  を求め、以下の Faxen の法則に代入する。

Faxen の法則

渦度  $\omega$  の流体中にある粒子が受けるトルクは

$$N = \pi \mu d^3 \omega$$

Faxen の法則、および重心が中心よりずれているために生じる復元トルクを加えトルク  $N$  を求めた。このトルクから、遊泳方向を求め、遊泳速度を移流拡散方程式に代入することによって gyrotaxis の効果を取り入れた。

## 4 計算結果

### 4.1 微生物の拡散係数 $k_s$ の影響

#### 4.1.1 $k_h = 5.0 \times 10^{-4} [cm^2/s]$ の場合

図3は液体上部における速度ベクトルの、30秒後、180秒後、300秒後の様子である。色の濃い部分ほど速度ベクトルが集中し、密度が高くなり微生物が下降していく部分である。60秒後ではまだ少し大きめのパターンが存在しているが時間経過とともに崩壊していく。

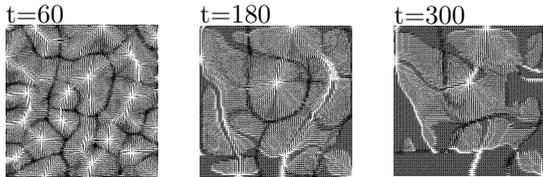


図3: 速度ベクトル ( $k_h = 5.0 \times 10^{-4} [cm^2/s]$ )

#### 4.1.2 $k_h = 1.0 \times 10^{-5} [cm^2/s]$ の場合

4.1.1の拡散係数の1/50の速度ベクトルを図4に示す。300秒後では多少パターンは大きくなっているものの、4.1.1の場合より小さい。

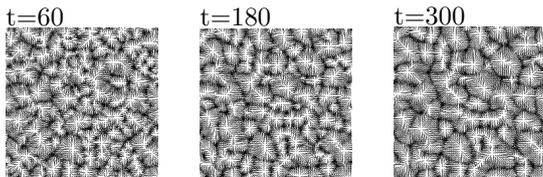


図4: 速度ベクトル ( $k_h = 1.0 \times 10^{-5} [cm^2/s]$ )

### 4.2 gyrotaxis 効果の影響

図5の左図は gyrotaxis 効果なしの場合、右図は gyrotaxis 効果を入れた場合の速度ベクトルである。どちらも960秒後の様子である。僅かな違いはあるもののパターンの大きさはほぼ同じである。

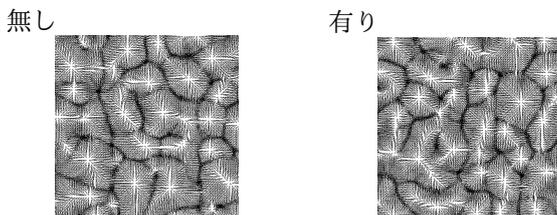


図5: gyrotaxis の有無

## 5 考察

### 5.1 拡散係数の違いについて

本研究では密度不安定性モデルを用いた拡散係数の異なる計算を行った。実現象ではパターンが大きくなる点から、拡散係数が小さい計算がより現実に近いと考えられる。

### 5.2 gyrotaxis 効果について

gyrotaxis 効果を取り入れた計算を行ったが、本研究では結果があまり変わらなかった。これは、gyrotaxis の持つ2つの効果が原因だと考える。(1) 下降流の流れを強化する効果 (2) 傾くことにより、遊泳の上昇成分が少なくなる効果である。(2)の効果によって(1)の効果が打ち消され、その結果 gyrotaxis 無しの状態と同じようになっているのではないかと考えられる。

### 5.3 実験結果との比較

図6<sup>(1)</sup>は実際の生物対流の実験結果の時間経過を表している。一度パターンができるとしばらくその大きさのパターンが続き、途中でさらに細かいパターンに遷移する。

本研究では、長時間計算を実行してみても、パターンの遷移は起こらなかったことから、実際の現象では、密度不安定性モデルのみではないと考えられる。

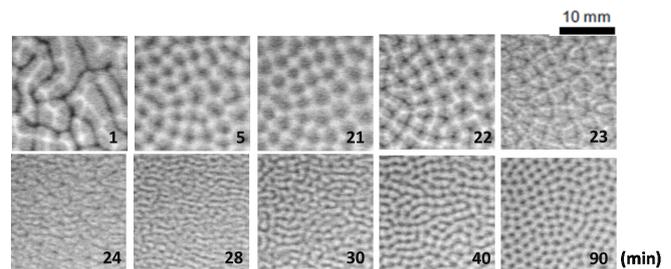


図6: 時間経過<sup>(1)</sup>

## 6 まとめ

- ・ 拡散係数が異なる計算を行い、パターンが大きくなりすぎない拡散係数の値を得た。
- ・ gyrotaxis 効果を含めた計算を行ったが、密度不安定性モデルの結果と比べ、目立った変化はなかった

### 参考文献

1. Azusa Kage, Chiharu Hosoya, Shoji A. Baba and Yoshihiro Mogami, "Drastic reorganization of the bioconvection pattern of Chlamydomonas: quantitative analysis of the pattern transition response", The Journal of Experimental Biology 216, 4557-4566, (2013)
2. Childress, S.M., Levandowsky and E.A. Spiegel, "Pattern formation in a suspension of swimming microorganisms: equations and stability theory," J. Fluid Mech., 69, 591-613, (1975)
3. Pedley, T.J., Hill, N.A. & Kessler, J.O. "The growth of bioconvection patterns in a uniform suspension of gyrotactic microorganisms". J. Fluid Mech., 195: 223-238, (1988)
4. 赤池環, "生物対流パターン形成の数値シミュレーション", お茶の水女子大学修士論文, (2012)