

# 生物対流パターン形成の数値シミュレーション

理学専攻・情報科学コース 赤池 環

## 1 はじめに

テトラヒメナ (*Tetrahymena*) などの繊毛虫やクラミドモナス (*Chlamydomonas*) などの鞭毛藻を含む数種の微生物では、培養液の表面に特徴的な多角形のパターンが形成されることが知られている。これを鉛直断面から観察すると微生物が上昇運動と下降運動を行い、それによって対流が起きていることが見られる。このパターンが熱対流であるベナール型対流に見かけ上似ているため、この現象は”生物対流 (bioconvection)”と名付けられた。

テトラヒメナやクラミドモナスなどの微生物は、重力と反対の方向に動こうとする性質 (反重力走性) を持つため、周りの液体よりも重いにも関わらず水面近くに集まってくる。水面に集中した微生物の密度が培養液の密度よりも高いために微生物がまとまって落下することと、反重力走性により上昇する効果が重なり合い、培養液に密度不安定が生じて対流が起きる。

つまり、始めは均等に分布しているが、時間とともに次第に局所的に密度の不均一性ができ、最終的には水面全体にわたる一定の繰り返しパターンが形成される。

本研究の目的はこの現象を数値シミュレーションし、パターン形成に影響を与える要素を調べ、実際の観測の解析に役立てることにある。

## 2 基礎方程式

生物対流は流れが緩やかで圧縮性を考慮しなくてよいので、非圧縮性流体として取り扱うことができる。よって、連続の式 (1) と非圧縮性 Navier-Stokes 方程式 (2) を支配方程式として解析する。さらに、一般に熱対流を取り扱う際に使用される温度に関する方程式の代わりに、微生物個体数密度に関する移流拡散方程式 (3) を加える。したがって、この現象の基礎方程式は以下ようになる。

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{K} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_p}{\partial t} + u \frac{\partial n_p}{\partial x} + v \frac{\partial n_p}{\partial y} + (w + w_p) \frac{\partial n_p}{\partial z} \\ = \kappa_h \left( \frac{\partial^2 n_p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 n_p}{\partial y^2} \right) + \kappa_v \frac{\partial^2 n_p}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (3)$$

$\mathbf{v} = (u, v, w)$ : 速度ベクトル,  $t$ : 時間,  
 $\mathbf{K} = (0, 0, -\frac{\Delta \rho}{\rho_0} g)$ : 単位体積当たりの外力,  
 $p$ : 圧力,  $\rho_0$ : 培養液の密度,  $g$ : 重力加速度,  
 $\nu$ : 動粘性係数,  $n_p$ : 微生物の個体数密度,  
 $\kappa_h$ : 水平方向の拡散係数,  
 $\kappa_v$ : 鉛直方向の拡散係数,  
 $w_p$ : 個々の微生物が上方に向かう速度

ここで、 $\Delta \rho$  は微生物の存在によって生じる密度偏差を表し、微生物のどの個体も  $V_p [\text{cm}^3]$  の体積および  $\rho_p [\text{g}/\text{cm}^3]$  の密度をもつとすると、

$$\Delta \rho = V_p \cdot (\rho_p - \rho_0) \cdot n_p$$

と表せる。

これらの基礎方程式を、フラクショナルステップ法を用いて解いた。

## 3 計算方法

計算領域 (図 1) を培養液の容器全体とし、直方体容器とシャーレ型容器を作成した。直方体容器は大きさが  $10 \times 10 \times 0.2 \sim 0.6 [\text{cm}]$ ,  $160 \times 160 \times 20$  の 3 次元スタガード格子 (図 2), シャーレ型容器は直径  $10 [\text{cm}]$ , 深さ  $0.2 \sim 0.5 [\text{cm}]$  とし、 $61 \times 303 \times 41$  の通常格子 (図 3) にして計算を行った。

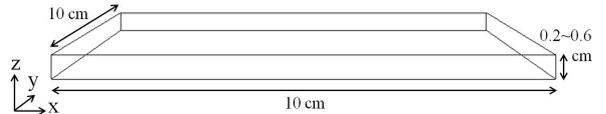


図 1: 計算領域 (直方体容器)

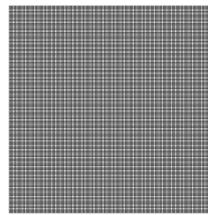


図 2: 直方体容器

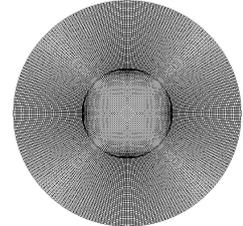


図 3: シャーレ型容器

速度と圧力の境界条件は、底面と側面は no-slip 条件とし、液体表面は蓋がない場合は free-slip 条件、蓋を付けた場合では no-slip 条件とした。微生物個体数密度の境界条件は、微生物の総数は変化しないという条件から、

$$\begin{aligned} \text{底面, 液体表面: } \kappa_v \frac{\partial n_p}{\partial z} - w_p n_p &= 0 \\ \text{側面: } \frac{\partial n_p}{\partial x} = 0, \frac{\partial n_p}{\partial y} &= 0 \end{aligned}$$

とした。

初期状態は微生物はランダムに分布し静止しているとしたため、速度の初期条件は  $0 [\text{cm}/\text{s}]$ , 微生物の個体数密度  $n_p$  の初期条件は乱数で与え、 $n_p = 5.0 \times 10^5 \sim 2.0 \times 10^7 [\text{cells}/\text{ml}]$  前後になるように調節した。

## 4 計算結果

### 4.1 代表例

はじめに、直方体容器の深さが  $0.5 [\text{cm}]$ , 微生物の初期個体数密度が  $1.0 \times 10^7 [\text{cells}/\text{ml}]$  の場合の計算結果を示す。個体数密度の分布は高い部分を濃く、低い部分を薄く表示する。

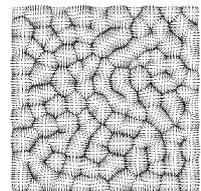
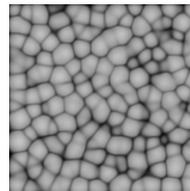


図 4: 個体数密度 (表面) 図 5: 速度ベクトル (表面)

初期に乱数によって分布させた微生物は時間が経つと表面には多角形パターンを形成し (図 4), 鉛直断



図 6: 個体数密度 (中央部鉛直断面)

面には対流セルを形成する (図 6) . その後はパターンの崩壊と再形成を繰り返してパターンサイズが大きくなっていく結果が得られた.

#### 4.2 評価方法

表面付近の速度ベクトル (図 5) に着目すると, パターンが形成された後, パターンが崩れて再形成される間に速度ベクトルが小さくなる様子が見られたので, 図 7 のようなグラフを作成し, 速度の大きさが極大になるときパターンが形成されたとした.

今回の計算では実験 [2] でのパターン画像取得法に合わせて, 鉛直方向の個体数密度の積分値を求め, そのときに得られた画像を対流パターン画像とした.

対流パターンの大きさの比較には, DWN(Dominant Wave Number) を利用した. これは生物対流の実験でも使われている評価指標で, パターンが細かいほど値は大きいという関係がある.

#### 4.3 容器の深さ

微生物の初期個体数密度を  $1.0 \times 10^7$  [cells/ml] とし, 直方体容器の深さを 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6 [cm] に設定した場合を比較した. 深さが 0.2 [cm] では対流は発生しなかった. 他の 4 つの場合では対流が発生し, 容器が深くなるにつれて, パターンが形成される時間は早くなり, 粗いパターンが形成された.

#### 4.4 微生物の初期個体数密度

直方体容器の深さを 0.5 [cm] とし, 微生物の初期個体数密度を  $5.0 \times 10^5$ ,  $1.0 \times 10^6$ ,  $2.0 \times 10^6$ ,  $5.0 \times 10^6$ ,  $1.0 \times 10^7$ ,  $2.0 \times 10^7$  [cells/ml] に設定した場合を比較した. 個体数密度が  $5.0 \times 10^5$  [cells/ml] では対流は発生しなかった. 他の 5 つの場合では対流が発生し, 初期個体数密度が高くなるにつれて, パターンが形成される時間は早くなり (図 7), 細かいパターンが形成された (図 8,9) .

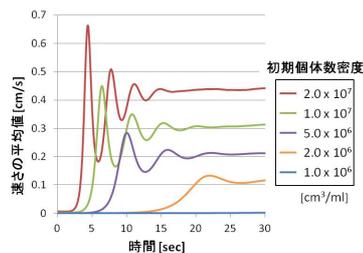


図 7: 速さの平均値

	1回目	2回目	3回目
$2.0 \times 10^7$	0.122	0.075	0.054
$1.0 \times 10^7$	0.11	0.072	0.06
$5.0 \times 10^6$	0.099	0.071	0.055
$2.0 \times 10^6$	0.083		
$1.0 \times 10^6$	0.066		

図 8: DWN [ $\text{mm}^{-1}$ ]

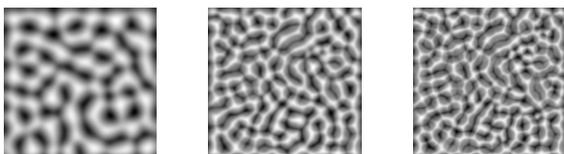


図 9: 1 回目の対流パターン画像 (深さ : 0.5 [cm])  
(左から  $1.0 \times 10^6$ ,  $5.0 \times 10^6$ ,  $1.0 \times 10^7$  [cells/ml])

#### 4.5 容器の形状

直方体容器に蓋を付けた場合は, 蓋がない場合よりもパターン形成に時間がかかり, 形成されるパターンは細かくなった. また, 深さや初期個体数密度を変化させると, 蓋がない場合と同様の結果が得られた.

シャーレ型容器で計算を行うと, 深さ, 初期個体数密度, 蓋の有無について, 直方体容器での計算と同様の結果が得られた (図 10) .

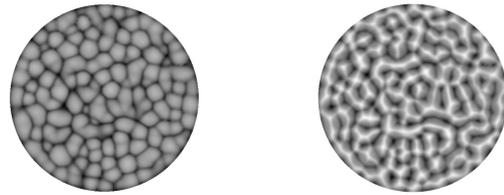


図 10: 計算結果 (シャーレ型容器 (深さ : 0.5 [cm]))  
(深さ : 0.5 [cm], 初期個体数密度 :  $2.0 \times 10^7$  [cells/ml])  
(左 : 個体数密度 (表面), 右 : 対流パターン画像)

## 5 まとめ

対流が発生するかどうかについて, 個体数密度と容器の深さの相関 (図 11) を作成した. 「する / しない」は蓋がない場合は発生するが, ある場合には発生しないことを示す. この図から, 対流発生にはある程度の容器の深さと微生物の存在が必要であることがわかる.

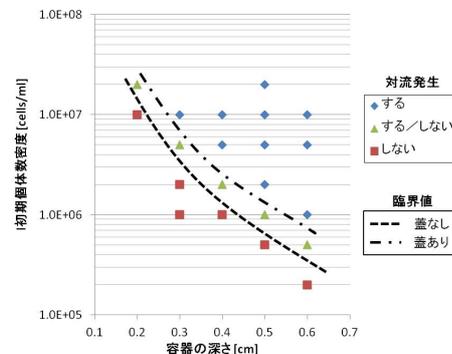


図 11: 初期個体数密度と深さの相関 (直方体容器)

よって, 容器の深さ, 微生物の個体数密度, 蓋の有無がパターン形成に寄与することがわかった.

また, 今回の計算ではどの場合でも時間が経つと形成されるパターンは大きくなる結果が得られた.

## 6 今後の課題

深さや個体数密度の与える影響については, 実験でも今回の計算と似た傾向の結果が得られているが, パターンサイズの時間変化については, 途中で急激な遷移現象が起き, パターン発生時よりもパターンは細かくなるという結果が得られている. 今回の計算結果から, 遷移現象は現在のモデルだけでは表現できていないと考えられるので, 他のモデルや酸素の影響を考慮したシミュレーションを行う必要があると考えられる.

## 参考文献

- [1] 兼子小百合, "生物対流現象の数値シミュレーション", お茶の水女子大学大学院 理学研究科情報科学専攻 修士論文 (1998)
- [2] 鹿毛あずさ, "クラミドモナスの生物対流にみられるパターン遷移現象について", お茶の水女子大学大学院 人間文化創成科学研究科 ライフサイエンス専攻 修士論文 (2010)
- [3] 赤池環 他, "生物対流パターンの数値シミュレーション", CFD26 講演予稿集 (2012)