

# 種々の容器内における水面波の伝播

理学専攻 情報科学コース 合田智美 (指導教員: 河村哲也)

## 1 はじめに

津波は地震・火山による災害と並び、規模や被害が大きな自然災害である。2011年3月11日に発生した東北地方太平洋沖地震とそれに伴う大津波は甚大な被害をもたらした。そこで本研究では、海底地形の差による津波の伝播に着目し、その違いを異なる形状の容器内での水面波の伝播問題として3次元計算で解析する。

## 2 モデル化・格子生成

図1に計算空間を示す。x方向を沿岸に向う方向、y方向を鉛直方向とした三次元空間において境界に沿った不等間隔格子を用いる。各方向の比率は  $x : y : z = 128 : 4 : 200$  (km)、格子数は  $65 \times 21 \times 51$  とする。本研究では、遠浅の地形と起伏のある地形の2種類の地形を用意し平面の地形と比較する。

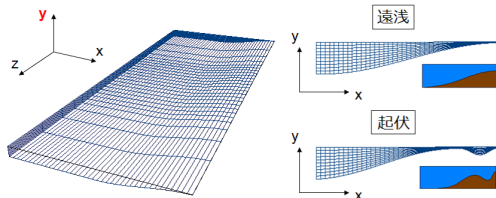


図1: 計算格子

## 3 計算方法

基礎方程式は連続の式(1)と非圧縮性 Navier-Stokes 方程式(2)で、MAC法を用いて計算する。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u} + \frac{1}{Fr^2} g \mathbf{j} \quad (2)$$

$\mathbf{u}$ : 速度ベクトル  $p$ : 圧力  $t$ : 時間  
 $\mathbf{j}$ : y (鉛直) 方向の単位ベクトル  $Re$ : レイノルズ数  
 $Fr$ : フルード数  $g$ : 無次元重力加速度

各定数パラメータは時間間隔  $dt = 0.0001$ , レイノルズ数  $Re = 10000$ , 無次元重力加速度  $g = 1.0$ , フルード数  $Fr = 1.0$  とした。

## 4 境界条件

表面は自由表面、底面は固定、側面は滑り壁条件とする。しかし、滑り壁条件は反射波が生じるため、遠洋側の  $y-z$  面の境界条件としてはあまり適切でない。そこで、遠洋側の境界条件には流出境界条件を用いる。圧力は自由表面上で  $p = 0$ , 底面で  $p = gH$  ( $H$ : 水深) とした。本節では、本研究で用いる計算領域に対して最も適する流出境界条件を検証する。

### 4.1 流出境界条件

本研究では、以下の式(3)で与えられる有限差分法に対する流出境界条件の1つである Sommerfeld 放射条件 (Sommerfeld Radiation Condition: SRC) を用いる。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + U_c \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$U_c$  は流出境界における法線方向の零でない "適当な" 対流速度である。この SRC における  $U_c$  の決定法には様々なものがある。本研究では、水面を伝う波の流出を見たいので波の伝播速度(位相速度)と考え、以下の図2に示す条件で解析を行い、その結果を比較する。ここで、B-D は法線方向成分に対する、E, F は各ベクトル成分に対する条件である。

また、この SRC を境界上のベクトルに対して(式(3))ではなく、法線方向速度にのみ適用させた場合(式(4))の検討も行う。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U_c \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

流出の制約	
A	制約なし
B	$u_{nx} < 0, u_{ny} = 0$
C	$u_{nx} < 0, u_{ny} \cdot u_{nz} < 0, u_{nz} = 0$
D	$u_{nx} \cdot u_{nz} < 0, u_{ny} = 0$
E	$u_{nx} < 0, u_{ny} \cdot u_{nz} < 0, u_{nz} = 0$
F	$u_{nx} \cdot u_{nz} < 0, u_{ny} = 0$

$U_c$ の決定法	
1	$U_c = 1.0$
2	$U_c = \sqrt{gh}$

図2:  $U_c$  の決定法と流入の制約

## 4.2 検証モデル

ここでは、簡単のため  $z$  方向に高さの等しい2次元形状の波を3次元計算で解析する。

図3に示すように、計算領域の大きさが異なる2つのモデルを用いる。小さい領域の右境界では SRC を課し、大きい領域の右境界は遠くにある。津波のエネルギーは振幅により決定されるので、SRC の境界を含む波源周辺領域の各格子点における波高の時間変化を比較する。また、地震により海底が隆起して波が発生した状況を想定しているので、波源は振動させない。

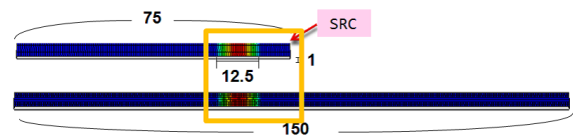


図3: 検証モデル

## 4.3 検証結果

流入の制約条件は振る舞いの誤差に関する部分であるので、はじめに式(3)、式(4)と  $U_c$  の決定法による比較を行った。図5、図6に各条件を適用

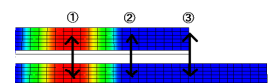


図4: 比較格子点

した時のグラフを示す。このグラフは領域内の特定の格子点(図4)での波高の時間変化のグラフである。図中の比較格子点の番号はグラフ内の番号と対応する。実線が2倍の計算領域、破線が SRC であり、実線の振る舞いにより近いものが条件として適切である。

まず、図5を詳しく検討する。境界上での振る舞いを比較すると、僅かに反射していることが確認できる。また、この影響により他の格子点でも途中から振る舞いが不自然になっている。同様に、図6では図5より大きく反射していることが確認できる。また本検証モデルの場合、 $U_c = \sqrt{gh}$  はほぼ 1.0 の値をとるので、 $U_c = 1.0$  の時と同様の結果が得られた。

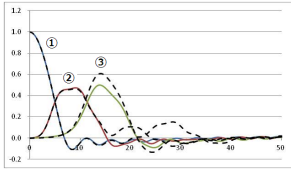


図 5: 式 (3),  $U_c = 1.0$

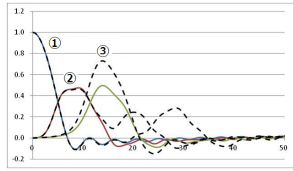


図 6: 式 (4),  $U_c = 1.0$

よって、本研究ではより良い結果が得られた式 (3),  $U_c = 1.0$  の条件を用いることとし、次に流入の制約条件による比較を行う。

図7 - 図9に結果を示す。先程と同様、3格子点での波高の時間変化のグラフである。図7より、制約 A, C, D ではどれも似た振る舞いをしており、時間が経過するにつれて、ある高さに落ち着く様子が確認できる。一方、制約 E では水面が上昇傾向、制約 B, F では水面が下降傾向にあることが分かる。

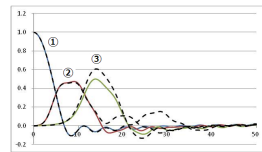


図 7: 制約 A, C, D

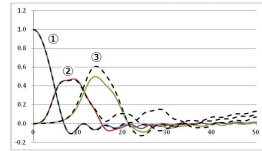


図 8: 制約 E

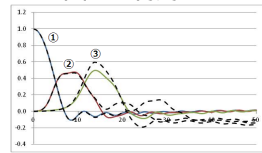


図 9: 制約 B, F

そこで、本研究では最も振る舞いが落ち着いており、中でも誤差の小さかった条件 C を計算で用いることとした。

## 5 計算結果と考察

### 5.1 初期条件

平面、遠浅、起伏のある地形に対して、次の 3case における計算を行った。

- case1 波源の波が岸に対して平行に生じた場合
- case2 波源の波が岸に対し斜めに生じた場合
- case3 海岸線に変化がある場合 (岬や湾を想定)

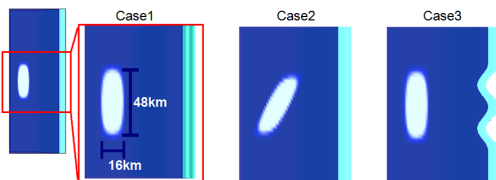


図 10: 初期条件

この時、波源の波高は 1 m と想定した。また、地震により海底が隆起して波が発生した状況を想定しているので、波源は振動させない。津波のエネルギーは振幅により決定されるので波高に注目し、等高線の時間変化の様子を図とグラフで比較した。

### 5.2 case1 における 3 種類の地形の比較

図 11 - 図 13 は領域の中央の断面の時間変化のグラフである。横軸は x 座標、縦軸は時間を表す。これらの図より、地形による速度の変化が波の山を辿ることによって分かる。平面の場合、真っすぐ同じ速度で岸まで到達し反射している様子が見て取れる。遠浅の場合、岸に向かうにつれて速度が遅くなるので曲がって到達し、反射している。起伏のある地形の場合、一つ目の海底地形の山の部分に近づくにつれて遅くなり、そこでほとんどの波が反射しているの、その山を越えると波高が減少していることが分かる。また、平面の場合と比較すると、水深が浅くなるにつれて波が増幅されていることが確認できる。

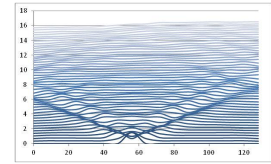


図 11: 平面

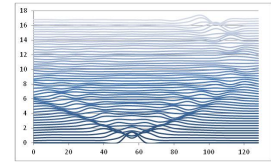


図 12: 遠浅

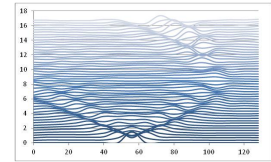


図 13: 起伏

また、図 14 - 図 16 より 3 次元的な波の伝播の様子と波の到達速度の違いが分かる。

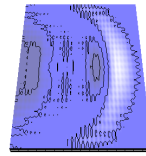


図 14: 平面

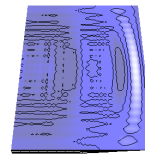


図 15: 遠浅

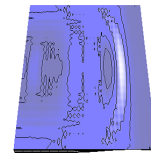


図 16: 起伏

### 5.3 case2 における 3 種類の地形の比較

遠浅、起伏のある地形では斜めの波は徐々に海岸と平行になった。平面の地形では波源の形のまま同心円状に伝播していくことから、地形 (水深) の変化が波に影響を与えていることが分かった。

### 5.4 case3 における 3 種類の地形の比較

遠浅、起伏のある地形では、岬の先端を巻き込むような波の屈折効果や湾に流れ込む波の様子が確認できた。平面の地形では岬の形状の部分での屈折による波の増幅がないことが視認できた。このことよりまた地形の変化が波に影響を与えていることが分かる。

## 6 まとめと今後の課題

本研究では、種々の海底地形における津波の伝播のシミュレーションを行った。そのとき、遠洋側の流出境界条件として課した Sommerfeld 放射条件の検証も行った。水深と速度の関係や波の性質、3 次元的な波の伝播の様子を確認できた。

今後は、実際の地形を用いることや流出境界条件の改良を行っていきたい。

### 参考文献

- [1] 吉田尚史, 渡辺崇, 中村育雄: “非定常非圧縮流れの流出境界条件に関する数値的研究,” 日本機械学会論文集, 61-588, B(1995)
- [2] 信田創, 吉田尚史, 井上批路騎: “二次元噴流の DNS における境界条件の研究 (可視化による検討),” 第 21 回数値流体力学シンポジウム, D4-3 (2007)