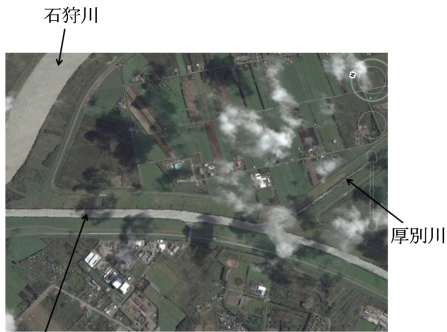


# 合流河川における水面変化のシミュレーション

中村 陽子 (指導教員: 河村 哲也)

## 1 背景と目的

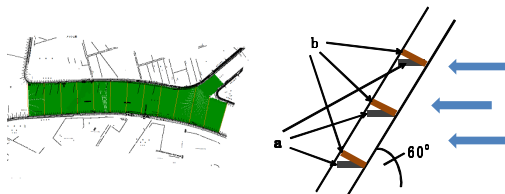
190万都市札幌市の市街地を北東に流れ、札幌市東区と江別市の境界で石狩川に合流する豊平川は、急勾配であり、札幌の市街地が扇状地にあるという理由から、洪水を起こしやすい。豊平川は過去に大きな洪水を起こし、人々の生活に甚大な被害をもたらした。そこで、洪水被害を軽減させるために、満水時における水面変化の様子を解析し、水位上昇による浸水の危険性のある地域を調べた。また、豊平川に新たに橋を1本架け、架けたことによる水面変化への影響を調べた。



豊平川  
上空からの川の様子 (Google Earth より)

## 2 モデル化

本研究では、豊平川が石狩川に合流する手前から長さ方向に、約2300mの範囲をシミュレーションする。川幅は、水面が堤防の高さまで上昇した場合を想定しているため、豊平川・厚別川の堤防までの領域とした。橋は、二車線とし道幅を約10mとし、川に対して60度傾け、約575~785mの範囲に架けることにした。橋脚は、川幅を四等分した三ヶ所に設置し形は簡単のため直方体とした。寸法は幅約10m、厚さ約2.4m、高さは水面の高さとした。下図にあるように、橋脚の配置する向きを、川の流れに水平な向き(a)、川の流れから30度傾けた向き(b)の二通り用意した。



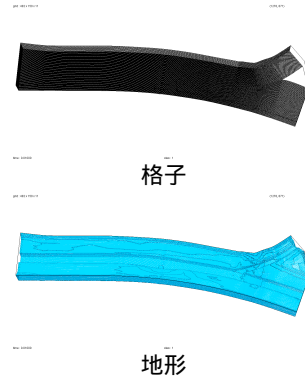
計算領域

橋脚の配置簡易図

## 3 格子生成

$x$  方向を川の長さ方向、 $y$  方向を川幅方向、 $z$  方向を水深方向とし、格子分割数を  $482(x) \times 150(y) \times 11(z)$  とした。 $x, y$  平面は不等間隔格子、 $z$  平面は等間隔格子

を用いた。 $x, y$  方向に比べ  $z$  方向は非常に薄くなっている。そのため、結果が見やすいように、表示は  $z$  方向だけを10倍にした。地形データは、実際の地形データを入手した。



## 4 数値計算

### 4.1 支配方程式

河川の流れは、非圧縮性の流れとみなせる。そこで、支配方程式は質量保存を表す連続の式と運動量保存を表す(非圧縮性) Navier-Stokes 方程式になる。

◇連続の式

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

◇Navier-Stokes 方程式

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{v} + gk \quad (2)$$

但し、 $\mathbf{v}$  は速度ベクトル、 $t$  は時間、 $p$  は圧力、 $Re$  はレイノルズ数、 $g$  は重力加速度、 $k$  は  $z$  方向の単位ベクトルである。外力は重力のみとし、非圧縮性流れの標準的な解法である MAC 法を用いて解いた。圧力のポアソン方程式は、SOR 法を用いて解いた。

### 4.2 流体部分の計算

堤防と橋脚の形状は、三次元配列  $MSK(J, K, L)$  を用意し生成した。流体部分を  $MSK(J, K, L) = 1$  とし、それ以外の部分を  $MSK(J, K, L) = 0$  とした。計算を進める際は、最初は全ての格子で流れを計算し、得られた結果に  $MSK(J, K, L)$  を掛け合わせる。その結果、流体部分はそのままの値、それ以外の部分の圧力と速度は0になる。

### 4.3 座標変換

時間依存性のある三次元一般座標の座標変換を用いて、複雑な幾何学形状の領域を直方体の領域に写像した上で方程式を差分化して解く。

### 4.4 差分法

偏微分方程式の近似計算には差分法を用いた。時間微分に関しては一次精度の前進差分、空間微分に関しては二次精度の中心差分を用いた。差分をするにあたって、境界の内側では、着目している点の両側の点を用いたが、境界上の点のように片側の点のみを用いて表現した方が都合がよい場合がある。その場合は、二次精度の以下の差分公式を用いた。

$$\frac{du}{dx} \cong \frac{-3u_i + 4u_{i+1} - u_{i+2}}{2\Delta x} \quad (3)$$

### 4.5 初期条件・境界条件

#### 4.5.1 初期条件

速度は、 $x$  方向にのみ定数を与える。圧力は、静水圧を与える。

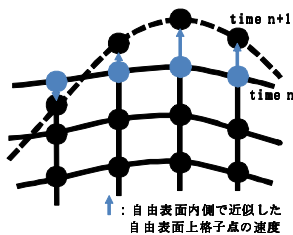
#### 4.5.2 境界条件

速度は、自由表面上ではひとつ内側の格子点の値と等しくとった。底面(川底)では粘着条件すなわち速度は0にしている。圧力は、自由表面上で  $p = 0$ 、底面では  $p = gH$  ( $H$ :水深)とした。

### 4.6 自由表面モデル

本研究では、数値解法として形状変化する自由表面問題(気体と個体が完全に分離している境界面。水面のように境界が自由に運動する問題)を取り扱う必要がある。水面の形状は内部の流れによって変化する。言い換えれば、水面形状は予め指定することが出来ず、方程式を解きながら決める必要がある。自由表面の形状は、「自由表面上にある流体は常に自由表面上にある」という条件から決まる。そこで自由表面の形は以下の方法で計算した。

1. 自由表面上格子点の速度を、ひとつ内側の格子点の速度で近似する。
2. 1. の鉛直方向速度を使って、自由表面上の格子点を鉛直方向にのみ移動させる。
3. 移動後の格子点座標から鉛直方向格子を切りなおし、タイムステップ毎に新しい格子を生成する。



尚、計算においては速度及び圧力の定義点を同一の格子点とするレギュラー格子(通常格子)を用いた。

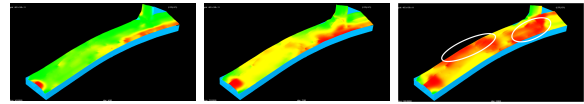
## 5 計算結果

### ◇ 計算ケース

1. 橋脚を設置しない場合
2. 橋脚を設置し、向きが川の流に水平な場合
3. 橋脚を設置し、向きを川の流から30度傾けた場合

### 5.1 水面変化

#### ◇ 等高面図



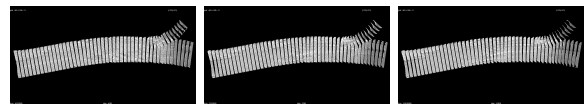
step = 4000

step = 7000

step = 10000

全てのケースにおいて、全体のスケールで考えた場合、水面変化に大きな違いはなかった。上図のようになり、step = 10000 の図で丸で囲んだ範囲が最も水位が上昇する。

#### ◇ 流速ベクトル



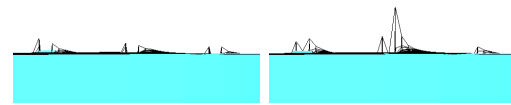
step = 4000

step = 7000

step = 10000

厚別川の流速は、他と比べて遅い。

#### ◇ 2. と 3. の橋脚付近の等高線図



2. step = 5000

3. step = 5000

橋脚を設置する向きによって、水面に違いがはっきりと表れた。特に、川幅の真ん中に置いた橋脚にあたる波の高さが目立つ。

## 6 まとめと今後の課題

水位が上昇し、浸水の危険性のある地域を調べることが出来た。橋脚の有無による、全体スケールで考えた場合の水面変化に及ぼす影響はあまりないが、設置の向きによって、波が荒れることが分かった。今後は、計算領域を増やし、石狩川からの影響も考えるようにしたい。

## 7 謝辞

本研究を行うにあたり、ご尽力くださいました指導教員の河村先生、諸先輩方に深く感謝いたします。

## 8 参考文献

1. 河村哲也:「河川のシミュレーション」 インデックス出版、2004
2. 手山奈緒子:「水波の伝播の数値シミュレーション」お茶の水女子大学大学院人間文化研究科 数理・情報科学専攻修士論文、2005
3. 河村哲也・河原睦人・平野寛和・登坂宣好・池川昌弘:「非圧縮性流体解析 数値流体力学シリーズ1」 東京大学出版会、1995