

回転同軸円筒内の熱塩対流

大和田 真由 (指導教員: 河村 哲也)

1 はじめに

回転水槽実験とは、水を入れたバームクーヘン型の容器の側壁を加熱・冷却しながら回転させることによって、流体に発生する運動を観察し、地球規模の流れの構造を理解することを目的とした実験のことである。発生する運動は、地球の自転と極・赤道の温度差によって引き起こされる対流を表すと考えられる。そのため、地球大気中の傾圧不安定波を室内実験で再現する方法として、1940年代頃から行なわれている。

本研究では、南極周りの海流を念頭におき今までの回転水槽実験で行われていた温度差という要素以外に、塩分濃度の差を取り入れることによって、熱と塩の対流にどのような変化が生じるのかを調べるために数値シミュレーションを行った。先行研究は大気の運動に関するものであったが、本研究では海洋のシミュレーションを目的としたものであり、実際的水槽実験で境界において高濃度塩分・低濃度塩分を作るのは難しいためシミュレーションという手段を用いることにした。

2 モデル化・格子生成

2.1 計算領域と境界条件

高さが1で、中心からの距離が2の内円、中心からの距離が3の外円からなる同心円筒の水槽を考える。その水槽の回転による温度と塩の対流の様子を調べる。

Fig.2.1.1のように、赤道付近では水分の蒸発が起きやすく赤道付近の塩分濃度が高い場合(case1)と、極は水分だけが凍るため凍らなかった塩によって極付近の塩分濃度が高い場合(case2)に分けて比較を行う。

初期状態では内側の温度を0.0とし、外側の温度を1.0とする。これはそれぞれ極と赤道に対応させたものになる。Fig.2.1.2のようにオレンジで示した円筒内の中央断面の対流を比較していく。

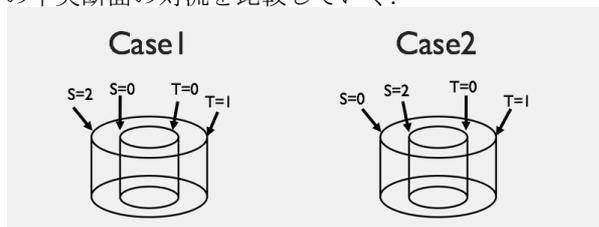


Fig. 2.1.1: 容器を外側から見た図

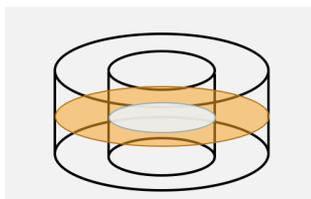


Fig. 2.1.2: 切断面

2.2 格子

格子数は周、半径、高さ方向に、 $30 \times 120 \times 30$ とした。各方向の比率が $x: y: z = 1: 1: 1$ である直交等間隔格子を用いる。(Fig. 2.2)

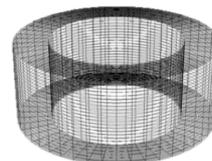


Fig. 2.2: 格子

3 計算方法

3.1 基礎方程式

連続の式, Navier-Stokes 方程式, 温度方程式, 塩分の濃度方程式を使用する。

連続の式

$$\nabla \cdot v = 0$$

Navier-Stokes 方程式

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla)v = -\nabla P + \frac{1}{Re} \Delta v + (\alpha T - \beta S)k$$

温度方程式

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (v \cdot \nabla)T = \left(\frac{1}{Re \cdot Pr} \right) \Delta T$$

塩分の濃度方程式

$$\frac{\partial S}{\partial t} + (v \cdot \nabla)S = \left(\frac{1}{Re \cdot Sc} \right) \Delta S$$

t : 時刻, P : 圧力, v : 流速, T : 温度差, S : 密度差, k : 鉛直方向単位ベクトル, Re : レイノルズ数, Sc : シュミット数, Pr : プラントル数, α, β : 浮力に関する無次元パラメータ

3.2 解法

上記の方程式を円柱座標系で表現し、フラクショナル・ステップ法を用いて解く。 $\Delta t = 0.005$, 計算ステップは100,000回とした。

4 結果と考察

Fig4.0を見ると、レイノルズ数が大きい場合軸対称性が崩れた。

4.1 温度

時間ステップ数30,000における熱の対流結果は以下のFig4.1.1とFig4.1.2のようになった。時間ステップ数30,000を表示しているのは、その時間ステップで最も差があったからである。

図の見方について。4つの大きな図は左上が $\alpha = \beta$ 、右上が $\alpha > \beta$ 、左下が $\alpha < \beta$ 、右下が $\beta = 0$ となっている。その中の20ケースの図は縦軸が α の値で上から0.22, 0.44, 0.66, 0.88である。横軸はレイノルズ数で、左から500, 1000, 1500, 3000, 5000である。

レイノルズ数を大きくすると軸対称性が崩れた。Case1では、温度の効果を塩分の効果より高めた方($\alpha > \beta$)

が、温度の対流が強くなっている。Case2では、塩分の効果がない ($\beta = 0$) と、対流が弱かったことから、塩分の効果が働いていた。Fig4.1.1 と Fig4.1.2の違いは、温度と塩分の効果が打ち消し合っているか(Case1)、高め合っているか(Case2)によるものと考えられる。

4.2 塩分濃度

Case1 (時間ステップ数 100,000) と Case2 (時間ステップ数 10,000) における塩分分布はそれぞれ Fig4.2.1 と Fig4.1.2 になった。表示している時間ステップ数は、最も差がでたため選んだ。Case1 では対流に時間がかかり、Case2 では対流に時間がかからないことがわかった。

Case1 の流れのパターンを見ると、 α を大きくすると対流が起こりやすかった。Case2 の流れのパターンを見ると、レイノルズ数 1500 の時に、対流が起きづらいが、それを越すと顕著な対流が生じた。Case1 と Case2 に共通して、レイノルズ数を大きくすると軸対称性が崩れた。

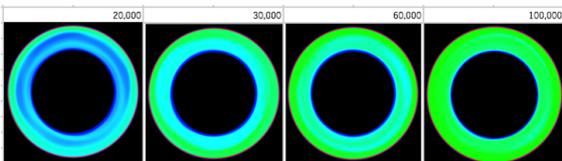


Fig.4.0: レイノルズ数 5000 $\alpha = 0.88$, $\beta = 0.44$ の Case2 における熱対流の様子

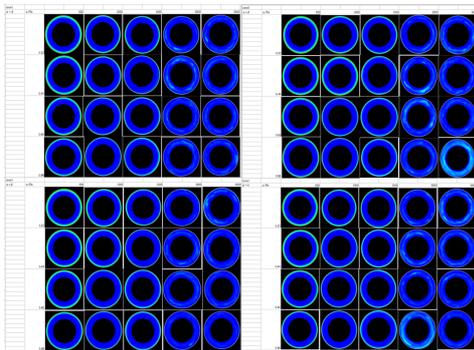


Fig.4.1.1: 時間ステップ数 30,000 の Case1 における温度の様子

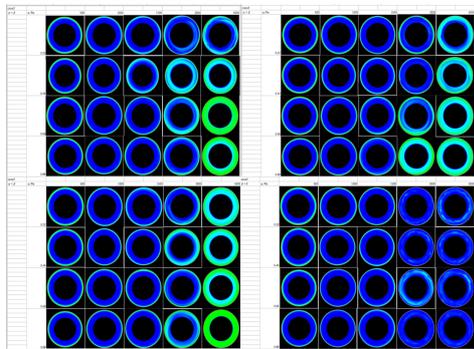


Fig.4.1.2: 時間ステップ数 30,000 の Case2 における温度の様子

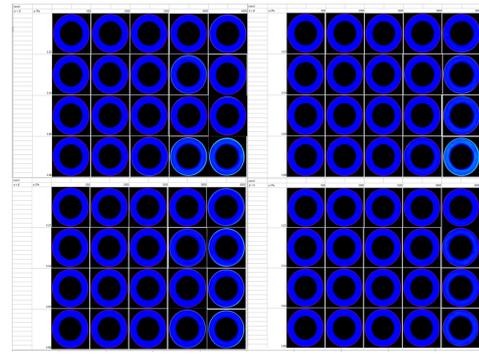


Fig.4.2.1: 時間ステップ数 100,000 の Case1 における塩分濃度の様子

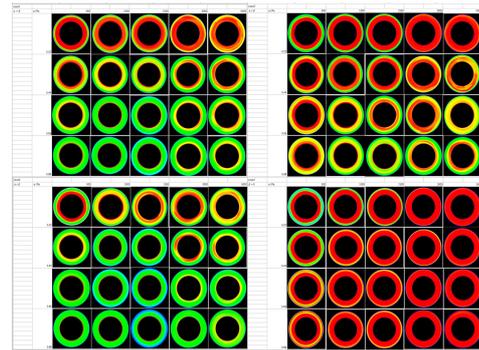


Fig.4.2.2: 時間ステップ数 10,000 の Case1 における塩分濃度の様子

5 まとめと今後の課題

今回南半球での海洋大循環に着目し、塩分効果を含めた熱塩対流のシミュレーションを行い支配パラメータの影響を検証した。レイノルズ数を大きくすると軸対称性が崩れた。また、熱による浮力と塩分による浮力が相殺するケースでは、対流の効果が弱まった。

今後は、現実の現象との対応を調査する予定である。

参考文献

- [1] 河村哲也. 数値シミュレーション入門. サイエンス社, 2006.
- [2] 安藤常世. 流体の力学. 培風館, 1973.
- [3] 小倉義光. 一般気象学. 東京大学出版会, 1984.
- [4] Yuko Kawazu, Yusaku Nagata and Tetuya Kawamura. Numerical simulation of flow between two rotating coaxial circular cylinders having different temperature. Natural Science Report, Ochanomizu University. Vol. 69, No. 1, No. 2(2019)