

# 待ち行列モデルのタイム・ドリブン型シミュレーションの応用

田村みのり (指導教員：吉田裕亮)

## 1 はじめに

待ち行列とは何かを待つことにより生じる、「到着時間」と「到着人数」、「サービス開始時間」、「サービス終了時間」、「サービス人数」などの関係を数学的に把握するための理論である。銀行のATMや空港の出国審査窓口など私たちの身近に多く存在し、計算機の内部でも待ち行列が使われている。時分割サービスと呼ばれる方法と割り込み処理で、見かけ上複数人が同時に一台の計算機を利用することを可能にしている。

どのようなサービス方法がよいかは待ち行列理論の大きな課題の1つである。サービス方法の評価に関しては、平均待ち時間やその分散が小さいほど良いシステムといえる。本研究では、待ち行列理論を応用した回転寿司店のモデルに関して数値シミュレーションを行い、効率の良い待ち行列を検証する。

長蛇の行列のできる回転寿司店で、2名ではボックス席に入ることができず、後ろに並んでいるグループ客が何組も先に店内に入っていく、不平等だと感じたことがある。効率のよい待ち行列を調査し、実践すれば、待ち時間が平等になって顧客の満足度も上がり、店の利益向上にもつながると考え、本研究で検証するに至った。

## 2 待ち行列のシミュレーション

### 2.1 指数分布とポアソン分布

通常の待ち行列では、まったく客が来ないときと、一度にたくさんの客が到着するときがある。待ち行列のシミュレーションを行うには、客の到着時間間隔と、サービス時間を指数分布に従う乱数で発生させるか、単位時間当たりの客の到着人数と単位時間当たりのサービス人数をポアソン分布に従った乱数によって決定させることが考えられる。このように、ポアソン分布と指数分布は表裏一体であり、指数分布に従った時間間隔で客が到着すると、単位時間当たりの到着数はポアソン分布になる。

### 2.2 M/M/1 モデル

M/M/1 というのはケンドールの記法で表記された待ち行列のモデルで、到着時間間隔、サービス時間がそれぞれ指数分布に従い、窓口が1つであるモデルのことである。

### 2.3 M/M/2 モデル

窓口が2つに増えた場合、M/M/2モデルとなる。

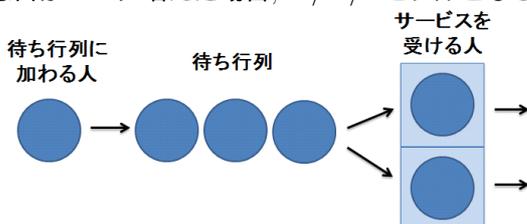


図1：M/M/2モデル

### 2.4 タイム・ドリブン型

待ち行列のシミュレーション手法としては、イベント・ドリブン型とタイム・ドリブン型がある。本研究では、タイム・ドリブン型を用いてシミュレーションを行う。タイム・ドリブン型シミュレーションでは、単位時間当たりのイベント発生率、およびイベント終了率を用いる。ここで、イベントとは、客の到着、サービスの開始、サービスの終了の3つである。本研究では単位時間(1秒)当たりの客の到着確率と、退去確率を用いる。それぞれの確率の値は、表1にまとめた。

### 2.5 タイム・ドリブン型シミュレーションの応用

回転寿司店での効率のよい待ち行列を、タイム・ドリブン型シミュレーションにより検証したい。

ある回転寿司店には20席のカウンター席と10組分のボックス席がある。2名以下の客はカウンター席に座り、3名以上の客はボックス席に座ることが原則のルールとなっている。到着した客は店の外の待ち行列の最後尾に並び、実際の待ち行列は1列だが、シミュレーションではカウンター席とボックス席で窓口が2つあると考える。そのため、カウンター席を待つ2名以下の客の列と、ボックス席を待つ3名以上の客の列の、2つの列があると見なす。それぞれ、席が空いたら待ち行列の先頭にいた客が席に着き、サービス開始となる。

	2名以下	3名以上
通常座れる席	カウンター席	ボックス席
1秒当たりの到着確率	0.6/60	0.3/60
最低利用時間	45分	60分
1秒当たりの退去確率	0.3/60	0.3/60

表1

### 2.6 シミュレーション手順

現在の時間を  $i$ 、総シミュレーション時間を  $time$ 、現在の待ち行列の客の総数を  $machi$  (組) とする。

1. 初期値の設定  $time = 180 \times 60$ ,  $i = 0$ ,  $machi = 0$
2. 客の到着  $machi \leq 30$  で、かつ擬似乱数を生成しその値が到着確率以下なら客が到着する。 $machi$  を1増やす。
3. サービスの開始と完了 席が空いていたら先頭の客が席に着きサービス開始し、 $machi$  を1減らす。サービスを受けている客の利用時間が最低利用時間を過ぎていたら擬似乱数を生成し、値が退去確率以下なら席を退去する。
4.  $i \neq time$  なら、 $i$  を1増やして2.へ。

### 3 提案モデル

#### 3.1 モデル 1

2名以下の客はカウンター席, 3名以上の客はボックス席に座るというルール通り, ボックス席が空いても2名以下の客はカウンター席が次に空くまで待つ。

#### 3.2 モデル 2

2名以下の客がカウンター席が空くのを待っており, その待ち時間が  $T_{wait}$  を超えた時に限り, 次にボックス席が空いたとき, ボックス席を待っている3名以上の客をすべて抜かしてボックス席に座り, サービスを受けることができる。

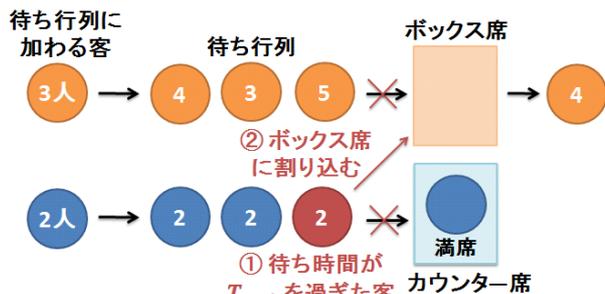


図 2: モデル 2

### 4 実験概要

#### 4.1 実験 1

モデル 1 およびモデル 2 について, 180 × 60 秒間, つまり 3 時間分のシミュレーションを 30 回ずつ行う。ここで, モデル 2 では,  $T_{wait} = 80 \times 60$  とした (モデル 2-80)。時間内にサービスが完了した客の組数を, 2名以下の客および 3 名以上の客でそれぞれ測定し, その 30 回分の平均を求める。また 2 名以下の客および 3 名以上の客それぞれの平均待ち時間と, 客全体の待ち時間のばらつきを示す標準偏差も求めた。

#### 4.2 実験 2

実験 1 のモデル 2 でもなお, 2 名以下の客と 3 名以上の客で平均待ち時間に大きな差があるので, モデル 2 において  $T_{wait}$  の値を変更し, 平均待ち時間の差が小さくなるよう調整する。実験 2 では,  $T_{wait} = 75 \times 60$  (モデル 2-75) および,  $T_{wait} = 70 \times 60$  (モデル 2-70) とし, 実験 1 に示した値を求めた。

実験 1 および実験 2 の結果は表 2, 表 3 にまとめた。

### 5 実験結果

	サービスを終了した 2 名以下の客 (組)	サービスを終了した 3 名以上の客 (組)
モデル 1	29.967	19.800
モデル 2-80	32.767	20.533
モデル 2-75	32.992	20.662
モデル 2-70	32.906	20.188

表 2: 実験 1,2 より

	2 名以下の客 平均待ち時間 (秒)	3 名以上の客 平均待ち時間 (秒)	待ち時間の 平均的な 標準偏差
モデル 1	3783.1	1695.7	1541.3
モデル 2-80	3709.9	2452.5	1351.0
モデル 2-75	3664.7	2491.9	1435.6
モデル 2-70	3485.0	2803.9	1294.8

表 3: 実験 1,2 より

表 2 から, モデル 2 はモデル 1 より, 時間内にサービスが完了した客の数が増えていることがわかる。また, 表 3 から, モデル 1 よりモデル 2 が, またモデル 2 においてはモデル 2-70 が最も, 2 名以下の客の平均待ち時間と 3 名以上の客の平均待ち時間の差が小さくなり, 客の待ち時間のばらつきを示す標準偏差の平均値も最も小さくなった。

### 6 考察と今後の課題

実験結果から, モデル 2 はモデル 1 よりも 2 名以下の客と 3 名以上の客の平均待ち時間の差が小さく, さらにスループットが高いので, モデル 2 のほうがより効率のよいモデルだと考えられる。

また, モデル 2 で,  $T_{wait}$  の値を変えていくと, 実験では  $T_{wait} = 70 \times 60$  のとき, 2 名以下の客と 3 名以上の客の平均待ち時間の差が最も小さくなり, スループットも向上した。モデル 2 を用いてシミュレーションを行うと, 客の待ち時間の平均値と分散を小さくする最適な  $T_{wait}$  の値を見つけることができると考えられる。

本研究で行なったシミュレーションは, ここに挙げた回転寿司店だけでなく, テマパーク, 医療現場, 災害時などにおいて発生する様々な待ち行列に対しても, 条件を変更することで応用できると考える。

今後の課題として, 本研究では, カウンター席に座る客の人数をすべて 2 名としたが, 1 名客や 3 名以上の客がカウンター席に座ることも考慮したシミュレーションも行いたい。また, 席の数や到着確率が異なる場合なども調査していきたい。本研究では, 30 組の客が待っているときにそれ以上は客が並ばないとしたが, 客の心理をより詳しく調査して, シミュレーションに取り入れていきたい。そして今回の提案モデルよりも, 平均待ち時間や分散が小さく, さらに計算時間が短くなるようなモデルを探し, 様々な事象に応用できるようにしたいと考えている。

### 参考文献

- 宮沢政清, 待ち行列の数理とその応用 改定版, 牧野書店, 2013.
- 待ち行列のシミュレーション  
([http://www.f.ait.kyushu-u.ac.jp/~arakawa/wp-content/uploads/2009/04/enshu20100628\\_kaisetsu.pdf](http://www.f.ait.kyushu-u.ac.jp/~arakawa/wp-content/uploads/2009/04/enshu20100628_kaisetsu.pdf))
- 高橋茉穂, 待ち行列モデルによる時分割サービスのシミュレーション, お茶の水女子大学大学院理学部情報科学科卒業論文, 2016.