

膜上のシワのシミュレーション

大町 麗奈 (指導教員：工藤和恵)

1 はじめに

生乾きの塗料に2度塗りをするトリフティングと呼ばれるシワが生じ、塗装失敗や油絵トラブルの原因になっている。生じるシワはさまざま、これは最初に塗った塗料がどれだけ生乾きなのかに関係があるのでないかと考えた。そこで本研究では生乾きの塗料に2度塗りをした時にできるシワのシミュレーションを応力を加えた二層膜モデルを用いて行った。その後、生じるシワの波長と二層膜の厚み比の関係をみた。

2 実験

金属板に塗料(フタル酸樹脂塗料)を0.15mmの厚さで塗装し、30度の恒温槽の中で保存する。数時間後キシレンを滴下し、塗料表面の変化を観察する。ここでキシレンの滴下は2度塗りに相当しており、シワが確認された。図1は最初の塗料を塗ってから33時間後にキシレンを滴下した時に観察されたシワの様子である。

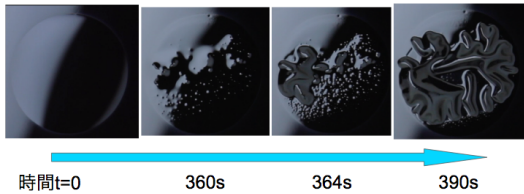


図1: シワの様子(福岡工業大学下川先生による実験)、キシレン滴下時を $t=0$ とする。

3 モデル

本研究では図2の様に断面図を考える。弾性膜と粘性流体から成る二層の膜に応力を加えた時に生じるシワのシミュレーションの文献[1]がある。ここで、乾いた塗料が弾性膜、乾いていない塗料が粘性流体、キシレンによる2度塗りの効果が応力と相当すると考えられたため、この文献によるモデルを利用した。

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \frac{Hh_f}{\eta} \left[-\frac{\mu_f h_f^2}{6(1-\nu_f)} \nabla^2 \nabla^2 w + \nabla \cdot (\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla w) \right] - \frac{\mu_R}{\eta} w$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \frac{Hh_f}{\eta} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} - \frac{\mu_R}{\eta} \mathbf{u}$$

ここで、 w は z 軸方向の変位、 \mathbf{u} は x, y 軸方向の変位、 h_f は弾性膜の厚み、 μ_f は弾性膜のせん断弾性率、 ν_f は弾性膜のポアソン比、 H は粘性流体の厚み、 ν_R は粘性流体のゴム弾性率、 η は粘性流体の粘度、 $\boldsymbol{\sigma}$ は与える応力テンソルを表している。

4 シミュレーション結果

前節の数式モデルを元に、終了時間 t と乾いていない層と乾いた層の比 H/h_f をそれぞれ $t =$

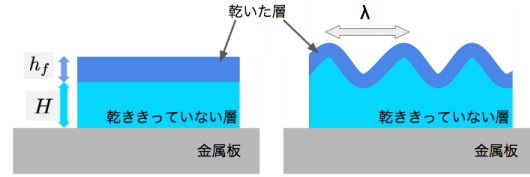


図2: 模式図

$10^4, 10^5, 10^6, 10^7, H/h_f = 5, 10, 20, 30, 40, 50, 60$ に変えてシミュレーションを行った。他のパラメータは $\mu_R/\mu_f = 0, \nu_f = 0.3, \nu_R = 0.45, \boldsymbol{\sigma}$ の定数部分は圧縮方向に -0.01 に固定した。図3は $t = 10^6, H/h_f = 10$ の時のシミュレーション結果である。 $H/h_f = 10$ で

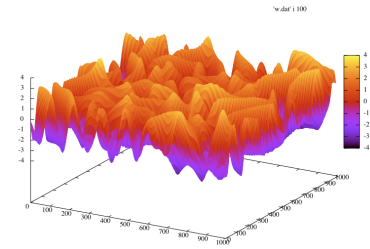


図3: $t = 10^6, H/h_f = 10$

固定し、シミュレーション結果を上から見た図を時間順に並べたものが図4である。時間がたつにつれてシワが大きくなっていることが見て取れ、これは力を加える時間が長くなるからだと考えられる。このシワの成長の仕方は実験で観察されたシワの様子(図1)に似ており、実験のシワを再現できたように思える。

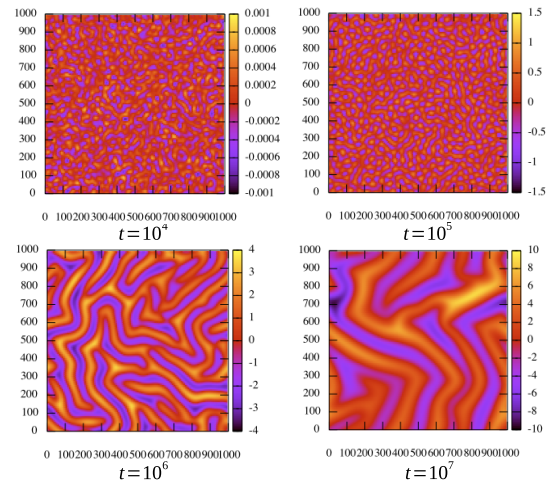


図4: $H/h_f = 10$ の時のシワのシミュレーション

次に文献[1]に基づきシワの振幅 A と波長 λ を計算した。シワには初期と中期と安定期があり、初期の振

幅 A と波長 λ_c は線形安定性解析から

$$A = A_0 \exp\left(\frac{t}{4\tau_1}\right), \quad \lambda_c = 2\pi L \quad (1)$$

と見積もられる。ただし

$$\tau_1 = \frac{(1-\nu)h_f\mu_f\eta}{3(1-2\nu)(1-\nu_f)H\sigma_0^2}, \quad L = \sqrt{-\frac{\mu_f h_f^2}{6(1-\nu_f)\sigma_0}}$$

である。中期の振幅 A と波長 λ は

$$A = h_f \sqrt{\frac{1}{3} \left(\frac{\lambda^2}{\lambda_c^2} - 1 \right)}, \quad \tau_2 = \frac{\lambda^4}{16\pi^4 K} \quad (2)$$

と見積もられる。ただし

$$K = \frac{(1-2\nu)\mu_f h_f^3 H}{12(1-\nu)(1-\nu_f)\eta}$$

である。式 (1) より初期の振幅 A は指数関数的に増加し、初期の波長 λ_c は一定であることが分かる。式 (2) より中期の波長 λ は時間 t の $1/4$ 乗に比例し、中期の振幅 A も中期の波長 λ から求められるため時間 t の $1/4$ 乗に比例していることが分かる。数値計算では

$$A = \sqrt{\frac{\sum w^2}{N^2}}, \quad \lambda = 2\pi \left[\frac{\sum |\hat{w}|^2 k^2}{\sum |\hat{w}|^2} \right]^{-\frac{1}{2}}$$

を用いて振幅と波長を求めている。ここで N はグリッド点数、 \hat{w} は w のフーリエ変換、 k は波数である。計算結果は図 5 のようになった。

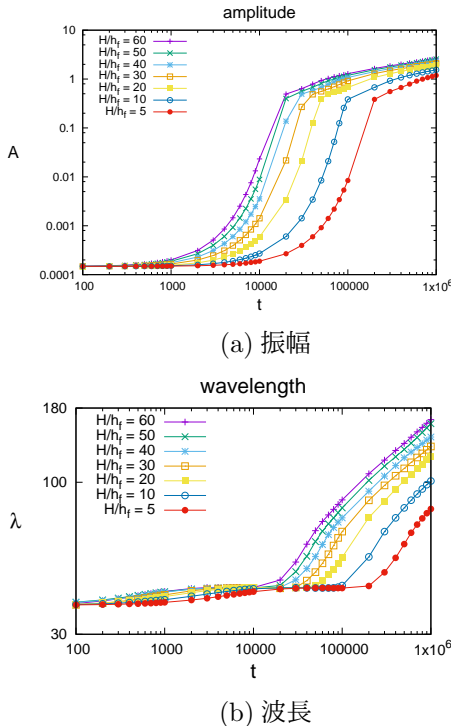


図 5: H/h_f を変えた時の時間変化

この図より粘性流体と弾性膜の厚み比 H/h_f が大きい方が、つまり粘性流体の比率が高い方がシワがはや

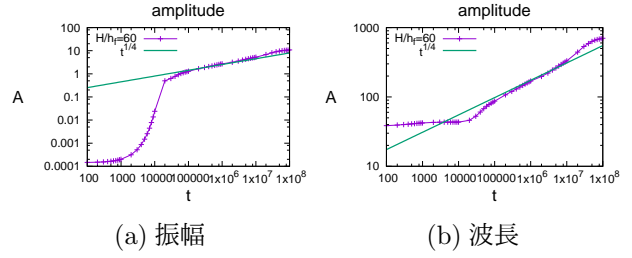


図 6: 比例関係の確認

く成長すると判明した。また、 $H/h_f = 60$ の時の振幅の大きさのグラフと $t^{1/4}$ を同時にプロットし (図 6)、中期の振幅と波長が確かに時間 t の $1/4$ 乗に比例していることを確認した。

図 7 は横軸を粘性流体と弾性膜の比 H/h_f 、縦軸を波長でとりなおし、 t が同じ点を結んだグラフである。 H/h_f が大きいほど波長も大きくなることが分かった。つまり弾性層の比率が高いほどシワができにくいということである。前述の実験にあてはめて考えてみると、乾ききった層が厚いほどシワができにくいということである。

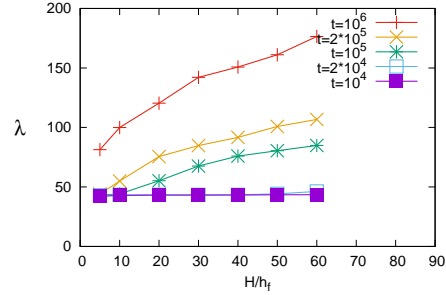


図 7: 波長の H/h_f 依存性

5 まとめと今後の課題

弾性層と粘性流体に応力を加えたモデルを用いて、生乾きの塗料に 2 度塗りをした時にできるシワのシミュレーションを行った。力を加える時間が長くなるほどシワの波長と振幅が大きくなること、どの時間においても粘性流体の比率が高いほどシワがはや大きく成長することが分かった。

本研究におけるシミュレーションでは実験で観察されたシワを再現できていると見受けられる点もあるが、実際の現象と違う点も多く存在する。例えば、実際のシワの成長はある程度の時間がたったところで終了するが、このモデルでは力を与え続けているのでいつまでもシワが大きくなり続けるといったことがあげられる。これは現段階のシミュレーションモデルは実際の乾燥時に塗料内で起こる架橋形成や膨潤を再現していないことによると考えられる。そのため今後はモデルを実際の乾燥に近い形へ改良することを目指して進めていく。

参考文献

- [1] Rui Huang and Se Hyuk Im, Phys. Rev. E **74**, 026214 (2006).