

協力かだますのか？ 富の数理モデル

佐藤 果穂 (指導教員：郡 宏)

1 はじめに

最近では、経済格差に関して注目が集まっている。今年の一にはオックスファムが、世界の最も富を持つ上位 62 人の持つ総資産が、下位 50 % の人々の持つ総資産と等しくなったと発表した。このように、世界では格差が広がり続けている。そのため、格差がどのようにでき、どのようなときあまり格差ができないのかということに興味をわく。世界には他人と協力し合う人、他人から搾取する人など、様々な人がいる。理想としては、全員が他人と協力し合う人だけなら、社会は幸せになるように感じる。しかし、実際にはそのようなひとばかりではなく、その上、もしかしたらある程度搾取する人が存在することで、全体の富が増えたり、格差が小さくなる可能性もあるかもしれない。

このような背景のもと、本研究では、人々の富の全体的量や富の格差が、人々の行動原理にどのように影響を受けるのかについて、単純な数理モデルの構築とそのシミュレーションを通して明らかにすることを目指す。

2 モデル

2.1 先行研究：BM モデル

先行研究として Bouchaud と Mezard が実体経済におけるパレートの法則に関して説明をするために考案した次の BM モデルがある [1].

$$dx_i = \frac{J}{N} \sum_{j=1}^N (x_j - x_i) dt + \sqrt{2} \sigma x_i \circ dW_i \quad (1)$$

各ノード i は個人を表し、 x_i はノード i の富、 N はノードの総数である。右辺第一項は、ノード間の富の拡散(平均化)を表し、その強度を J とする。また、第二項は各ノードの富の量に比例した富のゆらぎを表し、 σ は投資率、 W はウィーナー過程を表す。BM モデルでは、投資率が相互作用強度よりも大きい時、 x_i がべき乗則に従うことが示されている [1, 2]。つまり、このモデルは現実の富の格差を再現していると言える。

2.2 我々のモデル

我々は BM モデルを参考に、人間の行動原理などを取り入れた新規数理モデルを提案する。具体的には以下の点を取り入れる。

- ネットワーク化
- 行動原理の導入
- 協力と裏切りの選択
- 報酬を与える
- 時間の離散化

実体経済では全員が繋がっているということはないため、人と人との相互作用ネットワークをある確率で繋がるランダムネットワークとした。

そして、一人一人性格のようなものを出すために SVO(Social Value Orientation) を使用した。SVO とは社会的価値志向性のことで、人を prosocial(利己的) と proself(利他的) に分類する概念である。prosocial は自身と相手の利得の和を最大化し、かつ差を最小にする。proself は individualism(個人主義的) と competitor(競争的) に分かれる。individualism は、自身の利得を最大化する。competitor は、自分の優位性を高くする [3]。今回のモデルでは、prosocial と individualism を使用する。また、人が individualism である時、条件によって相手に対して協力する場合と裏切りの二通りのパターンをとるようにした。協力する場合は自身と相手の富を平均化するため、自分の富は減る可能性があるが、報酬をもらえるため、全体の富は増える。一方、裏切りの場合は自分の富は増えるが、全体の富の量はかわらない。

富の時間発展は以下の式にしたがう。

$$x_i(t+1) = \frac{1}{|C_i|} \left(x_i(t) + \sum_{j \in C_i} x_j(t) \right) + e|C_i| + d \sum_{j \in D_i} \frac{x_j(t)}{k_i} - d \sum_{j \in B_i} \frac{x_i(t)}{k_j} + \sigma |x_i(t)| (g(t) + c) \quad (2)$$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & (i \text{ が } j \text{ に協力}) \\ -1 & (i \text{ が } j \text{ を裏切る}) \\ 0 & (i \text{ と } j \text{ は繋がっていない}) \end{cases} \quad (3)$$

x_i , N , σ は (1) 式と同じである。右辺第一項は、協力者との富の平均化、第二項は報酬を表し、 C_i は協力者 ($a_{ij} = a_{ji} = 1$ である j) の集合、 e は報酬率を表す。第三項、第四項は裏切りによる搾取と非搾取を表し、 D_i は自身が裏切った相手 ($a_{ij} = -1$ である j) の集合、 B_i は裏切られた相手 ($a_{ji} = -1$ である j) の集合、 k_i はノード i の次数、 d は略奪率を表す。最後の項は投資による富の揺らぎを表し、 $g(t)$ は平均 0、分散 1 のガウス乱数を表す。投資による報酬の期待値を正とするために正の定数 c を導入した。

まず、人を prosocial と individualism に割り当てる。prosocial は相手と必ず協力。individualism は、協力した場合に増える利得と裏切った場合に増える利得を比べ、多くもらえる方の戦略をとる。次に、協力と裏切りの組み合わせから、富の移動は三通り考えられる。まず、どちらも協力の場合は、お互いの富の平均になるようにし、なおかつ報酬ももらえる。互いに裏切る場合は、相手の富の量に比例、自身の次数に反比例した富を奪い合う。最後に、片方協力、片方裏切りの場合は、協力した方は相手に奪われるのみである。このとき報酬はもらえない。

3 シミュレーション結果

シミュレーションではパラメータ値を $N = 100$, $e = 0.01$, $d = 0.01$ とした。また、それぞれのノードが確

率0.1で繋がり、ランダムネットワークができるようにした。初期条件は、すべてのノードの富を $x_i(0) = 1.0$ とした。一回の試行の時間ステップは2000とした。横軸の p は prosocial である人の割合である。また、格差の指標を相対的な標準偏差とした。

まず、 $\sigma = 0.0$ の投資がない状態でシミュレーションを行い、挙動を確認した。図1はその結果である。全体の富は右肩上がりになっている。つまり、prosocialが多ければ多い方が全体としては潤っている。標準偏差はピークが0.9であり、 $p = 1.0$ をのぞけば individualism が多い方がばらつきは少なく一見平等な世界となっているように見える。しかし、格差をみると実はそうでないことがわかる。つまり、相対的に見ると prosocial が多い方が平等である。ただ、0.2~0.4 と 0.6~0.8 を比べると、prosocial が少ない方が平等となっている。

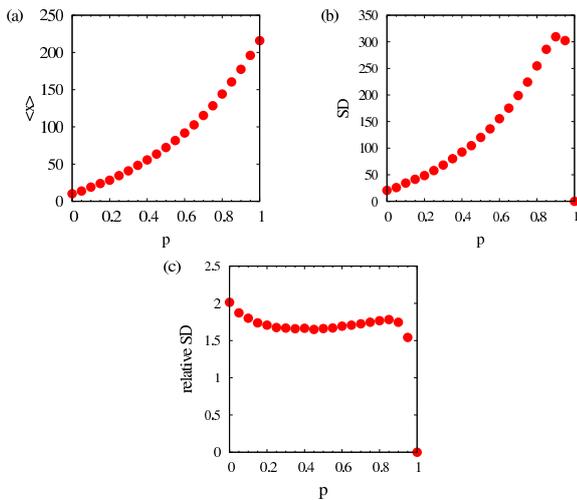


図1: 投資なし。(a) 全体の富, (b) 標準偏差, (c) 格差

次に、 σ と c の値を変化させて、シミュレーションを行った。図2はその結果である。図2の(a)と(b)、(c)と(d)はそれぞれ、 $c = 0.01$ と $c = 0.05$ 、図2の(a)と(c)、(b)と(d)はそれぞれ、 $\sigma = 0.1$ と $\sigma = 0.5$ である。また、図3は $\sigma = 0.5$ の全体の富である。

投資率が低いときは c の値によらず、prosocial の割合が0.8までだと、あまり相対的な格差に差はなく、似たような格差の社会であることがわかる。

一方、投資率が高いときであるが、 $c = 0.01$ のときはむしろ prosocial がある程度多いと、相対的な格差が大きい。そして、 $c = 0.05$ のときは今までのような prosocial との関係性は見られない。投資率が高いときに、このような結果が得られるのは次のような理由だと考えられる。自身の富が正であれば投資は期待値が正、かつ、proself もある程度存在することで全体の富も増えている。その中で individualism は自身の利得を最大化しているため基本的に富は正であるので、投資も成功率が高い。ある程度 individualism が存在すると individualism 同士でも繋がり、互いに搾取し合うため突出してお金持ちなものがあまり存在しないのだろう。一方、individualism が少数しか存在しない時は individualism 同士であまり繋がらず、搾取し合うことが少ないため格差が大きくなっているのだろう。

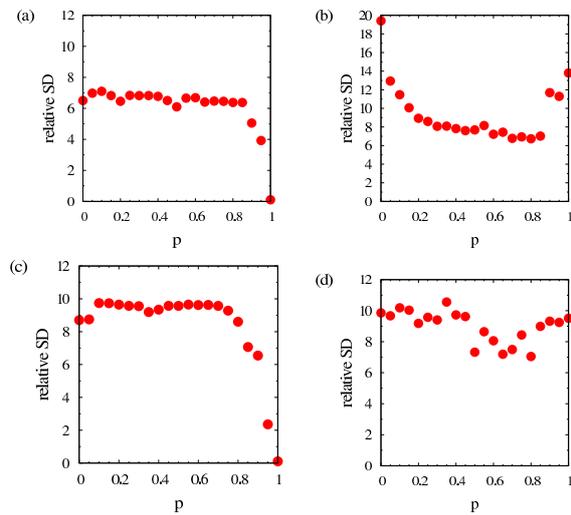


図2: 相対的な格差。(a) $\sigma = 0.1, c = 0.01$. (b) $\sigma = 0.5, c = 0.01$. (c) $\sigma = 0.1, c = 0.05$. (d) $\sigma = 0.5, c = 0.05$.

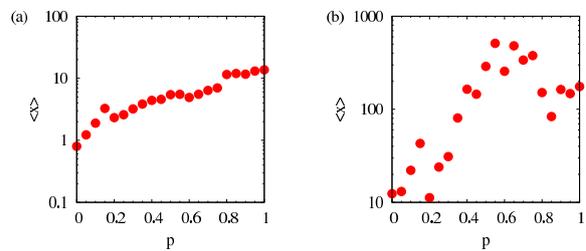


図3: 全体の富, $\sigma = 0.5$. (a) $c = 0.01$. (b) $c = 0.05$.

4 まとめ

投資率が小さいときはやはり、prosocialが多い方、つまり、どんなときも協力し合う人が多い方が全体の富は潤い、格差もあまりない幸せな社会になるという結果が得られた。しかし、投資率が大きいと、prosocialの多さと格差のなさは相関しない。ある程度 individualism が存在する方が、全体の富は多く、格差も他に比べればない幸せな社会になる。ただし、投資率が低いときに比べると、prosocialが多いときの格差は高めである。

参考文献

- [1] Jean-Philippe Bouchaud and Marc Mézard. Wealth condensation in a simple model of economy. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 282, No. 3, pp. 536–545, 2000.
- [2] Takashi Ichinomiya. Bouchaud-mézard model on a random network. *Physical Review E*, Vol. 86, No. 3, p. 036111, 2012.
- [3] Paul AM Van Lange. The pursuit of joint outcomes and equality in outcomes: An integrative model of social value orientation. *Journal of personality and social psychology*, Vol. 77, No. 2, p. 337, 1999.