

回転同軸球内の熱対流

岡村香奈 (指導教員:河村哲也)

1 はじめに

2012年, 金環日食や金星の日面通過, ふたご座流星群などに日本中が盛り上がり, 宇宙ブームとも言える1年であった. また, 小惑星探査機「はやぶさ2」の計画も進んでおり, 惑星探索はますます盛んになるであろう.

その中でも巨大ガス惑星とも呼ばれる惑星に木星, 土星があり, ダイナミックな大気で覆われていると言われている. 本研究では, どのようにこれらの惑星の大気が循環し, 帯や縞模様が形成されていくかシミュレーションしていくことを目的とした. 木星, 土星は自転しており, 内部から熱を発する. したがって, 主に回転同軸球内の熱対流について考察することとする.

2 格子生成

本研究では, 2重円内, 2重円筒内, 2重球内での3パターンでシミュレーションを行った.

円の場合は極座標を用いて格子を生成した. 格子数は 30×50 である. 円柱の場合は円柱座標を用いて格子を生成した. 格子数は $30 \times 50 \times 25$ である. (図1参照) 球の場合は球座標を用いて格子を生成した. 格子数は $30 \times 50 \times 50$ である. (図2参照)

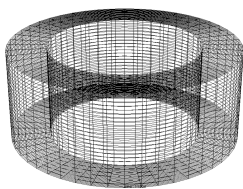


図 1: 円柱格子モデル

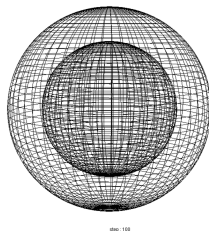


図 2: 球格子モデル

3 計算方法

大気中の流れは非圧縮性流体としてみなせるので連続の式 (1), 非圧縮性ナビエ・ストークス方程式 (2) を支配方程式として用いた. また, 熱対流を取り扱うのでエネルギー方程式 (3) も使用する.

$$\nabla \cdot v = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla)v = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta v + \frac{Gr}{Re^2} Tk \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (v \cdot \nabla)T = \frac{1}{Re \cdot Pr} \Delta T \quad (3)$$

v :速度ベクトル p :圧力 T :温度
 Pr :プラントル数 Re :レイノルズ数
 Gr :グラスホフ数 k :重力方向の基底ベクトル

これらを非圧縮性流れの標準的な解法であるフラクショナルステップ法を用いて解いた.

また今回は高レイノルズ数においても安定した計算ができるように, ナヴィエ・ストークス方程式の非線形項は, 3次精度上流精度差分法 (4) を用いて近似した.

$$f \frac{\partial U}{\partial x} \approx f \frac{-U_{i+2} + 8(U_{i+1} - U_{i-1}) + U_{i-2}}{12\Delta x} + \frac{|f|}{12} \frac{U_{i+2} - 4U_{i+1} + 6U_i - 4U_{i-1} + U_{i-2}}{\Delta x} \quad (4)$$

4 境界条件

惑星表面 (内部境界) では反時計まわりに回転させる. すなわち $U = -\sin(\theta)\sin(\phi)$, $V = \cos(\theta)\sin(\phi)$ を与える. また, 内部の温度を無次元化して1とし, 大気上端ではすべり壁条件を課した. (図2参照)

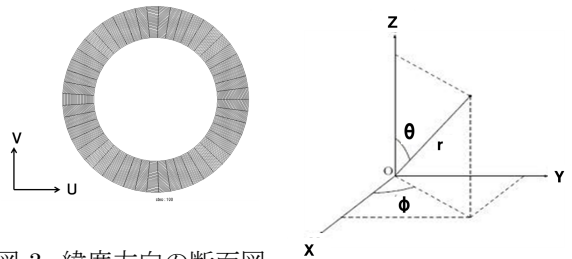


図 3: 緯度方向の断面図

5 計算結果

5-a. 円の場合

$t=10.0$ の温度の広がりの様子で, 右図4~6に示す. 赤が高温, 青が低温である. レイノルズ数が300と小さいときは同心円状に温度が広がっていく様子が確認できる. 温度は全体まで広がっていく.

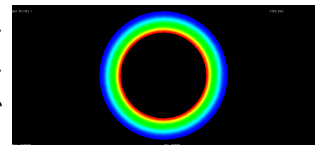


図 4: RE=300

レイノルズ数が3000のときは, レイノルズ数が300のときより温度の広がりが小さく, 等温面がかすかに波うっている.

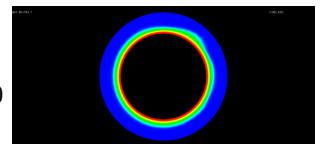


図 5: RE=3000

レイノルズ数が100000と大きくなったときは温度が不安定な広がりをし, 等温面が大きく波うっている様子が観察できる.

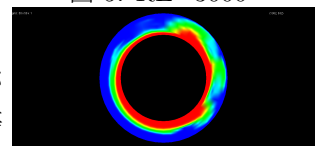


図 6: RE=10000

5-b. 円柱の場合

円柱を外側からみたときの温度の広がりの様子

RE=3000 のとき

ゆっくりと温度が広がっていく。また、時間が経過するにつれて温度が高い部分、低い部分に分かれ、次第にきれいな縞模様を確認できた。(図7参照)

RE=10000 のとき

レイノルズ数 3000 のときと同様、はじめ全体に温度が広がる。次第に高温部分、低温部分に分かれるが、きれいな縞模様とはならず最終的にまばらに高温、低温の部分が現れる。(図8参照)

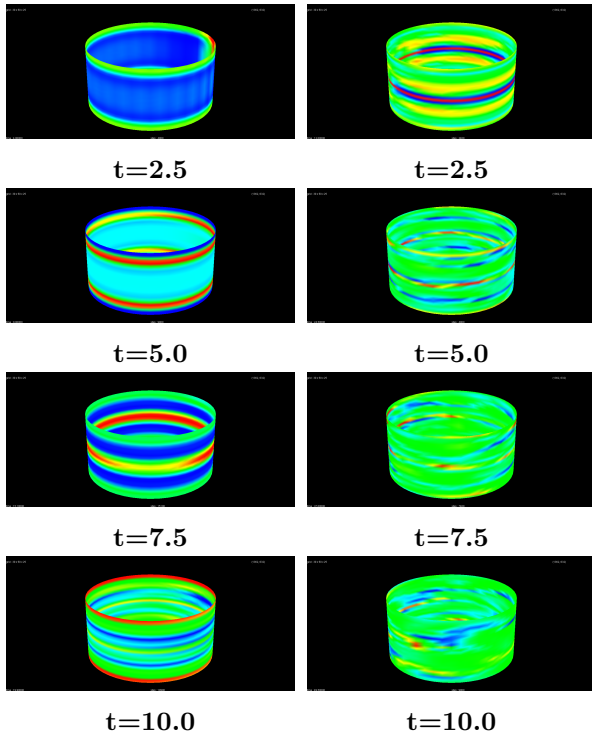


図 7: RE=3000

図 8: RE=10000

5-c. 球の場合

球を外側から見たときの温度の広がり様子

RE=3000 のとき

はじめ全体に温度が広がっていく。しかし、球の両極部分がほかの部分よりも若干低温に見える。時間が経過するにつれて内部からの熱が上昇し、温度の高い部分と低い部分が現れる。さらに時間が経過するときれいな縞模様を観測することができた。(図9参照)

RE=10000 のとき

はじめ、レイノルズ数が 3000 のときと同様、全体に温度が広がっていき、時間が経過するにつれて内部からの熱が上昇し温度の高い部分、低い部分が現れることが観測できる。しかし、さらに時間が経過すると縞模様はくずれ、最終的には温度が高い部分低い部分がまばらに現れる様子を観測することができた。(図10参照)

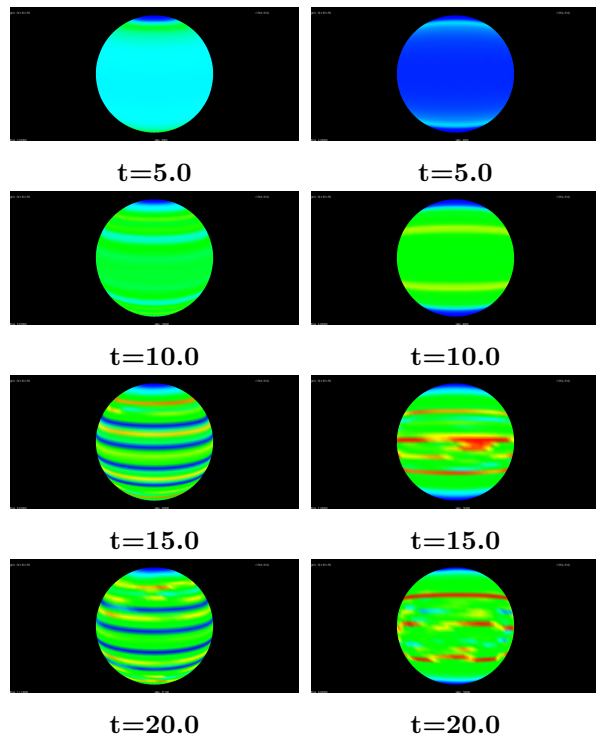


図 9: RE=3000

図 10: RE=10000

6 まとめと今後の課題

本研究によって、惑星が高温で自転している場合の温度の広がりをシミュレーションすることができた。レイノルズ数が小さいと同心円状にゆっくりと全体に温度が広がり、大きいと勢いよく不安定に温度が広がっていく様子が確認できた。また、ある程度レイノルズ数を大きくした場合のきれいな帯や縞模様も観測することができた。しかし、レイノルズ数をさらに大きくすると、縞模様が消えて乱れた流れになった。今後は、実際の惑星がわずかに南北へつぶれた楕円球であることを考慮し球型格子から楕円球格子への変更をする。また、大気の厚さ、レイノルズ数、プラントル数などをさらに実際の環境に近づけ縞と帯との間に発生する渦もシミュレーションしていく予定である。

謝辞

本研究を行うにあたり、ご助言、ご指導いただいた指導教員の河村哲也先生、シミュレーション科学研究センターの桑名杏奈先生、本研究室の諸先輩方に深く感謝致します。

参考文献

- [1] 河村哲也:「数値シミュレーション入門」,サイエンス社,ISBN4-7819-1134-X,2006
- [2] 安藤常世:「工学基礎 流体の力学」,ISBN4-563-03411-8,培風館,2006