数値予報のパーソナル化を目指して

余田史絵　(指導教官: 金子 晃)

1　はじめに

天気予報における情報科学の重要性はますます増大しつつある. 特に、数値予報は今や天気予報において欠くことのできない技術である. 他方, PC の進歩は従来スーパーコンピュータにしかできなかったこれらの計算の一部を個人レベルでも実行可能としつつある. 本研究では, これらの現況を概観し, 気象予報への応用も視野に入れて様々な可能性を提案する.

2　数値予報とは

気象力学の重要な応用が数値予報である. 数値予報の目的は, 観測によって得られた現在の気象状況を初期値として, 気象現象の変化を記述する方程式系を時間について積分することによって将来の気象状況を予報することである.

数値予報を行う手順としては, まずコンピュータで取り扱いやすいように規則正しく並んだ格子で大気を細かく覆い, 格子点の気圧, 気温, 風などの値を世界中から送られるデータを使い, 補間により求める. この計算に用いるプログラムを数値予報モデルという.

3　基礎方程式

数値予報のプログラム作成のもとになる基礎方程式は以下の通りである.

水平方向の運動方程式 (プリミティブ方程式)

Newton の運動方程式を回転する地球の表面に固定された座標系で書き直したもの:
水平方向の風 (u,v) の時間変化
= 移流効果 + コリオリ力 + 水平方向の気圧傾度力 + 摩擦力

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -u\frac{\partial u}{\partial x} - v\frac{\partial u}{\partial y} - w\frac{\partial u}{\partial z} + 2\Omega v\sin\varphi - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + F_x,$$
$$\frac{\partial v}{\partial t} = -u\frac{\partial v}{\partial x} - v\frac{\partial v}{\partial y} - w\frac{\partial v}{\partial z} - 2\Omega u\sin\varphi - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + F_y$$

ここに, w は風速の鉛直成分, p は気圧, ρ は密度, Ω は地球の自転角速度, φ は緯度, F は摩擦力
コリオリ力とは, 慣性力の一種であり, 慣性座標系上で記述された運動方程式を回転座標系に座標変換することで導かれる.

鉛直方向の運動方程式

静力学平衡 $\Delta p = -\rho g\Delta z$ の仮定の下で
鉛直方向の気圧傾度力 = 重力

$$0 = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} - g$$

気圧の時間変化率 $\omega := \dfrac{dp}{dt}$ を鉛直 p 速度と呼ぶ.
温帯性低気圧などを対象とする, 水平スケールが数百 km　数千 km, 鉛直スケールが十数 km 総観規模の現象のように, 縦横比 (横/縦) が 1 より非常に大きい場合には, 次のような静力学平衡の仮定が非常に有効な手法となる.

$$\frac{dp}{dt} = -\rho g\frac{dz}{dt}$$

このとき, $\omega = -\rho g w$ で, 鉛直方向の風速成分と符号が逆になる.

連続の方程式　大気の質量保存則を表す:
密度 ρ の時間変化 = 移流効果 + 収束・発散による密度 ρ の変化

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -u\frac{\partial \rho}{\partial x} - v\frac{\partial \rho}{\partial y} - w\frac{\partial \rho}{\partial z} - \rho\Big(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\Big)$$

熱力学方程式　熱エネルギーの保存則を表す:
温位の時間変化 = 移流効果 + 非断熱過程に伴う温位の変化

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -u\frac{\partial \theta}{\partial x} - v\frac{\partial \theta}{\partial y} - w\frac{\partial \theta}{\partial z} + H$$

水蒸気の輸送方程式　水蒸気量の保存則を表す:
比湿 q の時間変化 = 移流効果 + 非断熱過程に伴う加湿

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -u\frac{\partial q}{\partial x} - v\frac{\partial q}{\partial y} - w\frac{\partial q}{\partial z} + M$$

気体の状態方程式

$$p = \rho RT$$

以上は,H, M という, 観測では直接得られない, 時間変化する量を含む (雲物理過程, 降水過程等). これらは補助方程式で本体と連動させて別途求める.

4　物理過程

数値予報モデルが扱う物理過程には, 山岳などの地形の影響, 太陽からの放射, 地表面の摩擦, 大気と地表面の熱や水蒸気の交換, 雲の生成・消滅や降水などの偏微分方程式だけでは扱えない様々な効果が考慮され, モデルとして提案されている.

5　差分解法

以上の方程式を, 主に差分法を用いた数値計算で解く. 予報の規模に応じた種々のメッシュを用いる. 主な数値予報モデルと規模については次ページの表参照.

6　非静力学モデル

メソスケール現象を対象とするメソ予報でも, 最初はプリミティブ方程式系が用いられたが, 対流現象は小規模であるため水平スケールが鉛直スケールと同程度あるいはそれ以下であり, 静力学方程式の関係は成立しない. そこで非静力学モデルに更新され, 方程式として完全圧縮方程式系（鉛直方向の加速度として重力加速度以外も加わる）が採用されるなど, 鉛直流や降水過程がきめ細かく計算されている. 現在の MSM や RSM は静力学近似を用いた数値予報モデルである. 静力学近似は, 気圧の鉛直経度が大気の重さによって求められるという近似だが, MSM では水平分解能が 10km となり, 更なる高分解化も視野に入りつつある. そこで 2004 年に非静力学モデルが導入され, 水平分解

能が約 5km に高解像度化した. 予報時間が 18 時間から 15 時間と短くなる一方で, 予報回数が 1 日 4 回から 1 日 8 回に倍増した. これによって新しい観測を取り込んだ予報を頻繁に行うようになった. 本研究では気象庁から非静力学モデルの貸与を受け, 様々な局所現象, 特に急峻な地形に対する有限要素法を用いた接地境界条件の, より精細な表現などを目指す.

7 アンサンブル予報

数値予報で 1 つの初期値について大気の状態を予報すると, 3 日目あたりから精度が落ちる. 大気運動がカオスの性質を持ち, 初期値の差が時間とともに拡大するためである. これは予報の方程式が非線型であることによる. そこで, 少しずつ異なる初期値（メンバー）から計算された数値予報の予測結果数例を平均して予報としたものがアンサンブル予報である. 計算結果の広がり（スプレッド）により予報の確からしさを求めるなどの方法で予報に活躍し, 週間予報, 1 ヶ月予報などの長期予報に対して用いられている. 大規模現象のアンサンブル予報にはスーパーコンピュータが必要であるが, 竜巻などの小規模現象においても初期値依存性が重要であり, 同様の考え方は PC によるシュミレーションでも有効と期待される.

8 循環量の利用

流体の中に任意の閉じた曲線 l をとり, その曲線に沿った速度成分を, 曲線に沿って周回積分したものをいう. 循環 C は,

$$C = \oint_l \boldsymbol{v} \cdot d\boldsymbol{l}$$

で表現される.
循環定理により, 囲まれた領域を A とすると, これは面積分 $\int\int_A \mathrm{rot}\,\boldsymbol{v}$ に等しい.
よって A を一点に縮めた極限で渦度 $\mathrm{rot}\,\boldsymbol{v}$ が得られる.

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{v} = \lim_{A \to 0} \frac{1}{|A|} \oint_l \boldsymbol{v} \cdot d\boldsymbol{l}$$

循環定理を利用し, 観測データから各地の渦度を算出する. 風の観測データに基づいて大気の循環量を線積分により計算し, その C を縮めたときの理想極限として渦度を計算する. 循環量から渦の存在を推測する. 通常は低気圧や高気圧は気圧分布から推測されるが, 気圧はスカラー量であるのに対し, 風はベクトル量なので, より多くの大気情報を含むと考えられる.

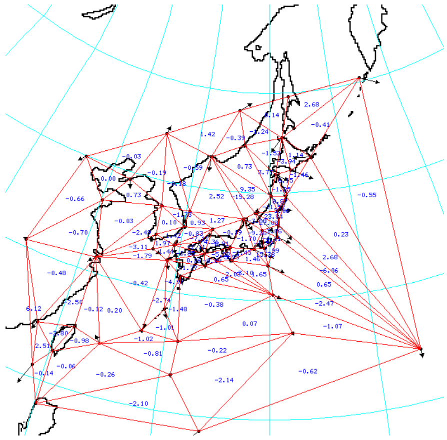
8.1 計算方法

気象通報で発表された日本付近の風速と風向の情報を用い, 観測点を頂点とする各三角形ごとに循環量を計算し, それを面積で割って得られる平均渦度を下に示す. 測地三角形に対する循環量は次の式で計算した.

$$C = \oint_l \boldsymbol{v} \cdot d\boldsymbol{l} \quad \Rightarrow \quad \sum_{i=1}^{3} \frac{\boldsymbol{v}_i + \boldsymbol{v}_{i-1}}{2} \cdot \boldsymbol{l}_i \, \Delta s_i$$

ここに $\boldsymbol{v}_i$ は, 第 i 頂点における風ベクトル, $\boldsymbol{l}_i$ は辺の向きを表す単位ベクトル, Δs_i は辺の長さである. また $\boldsymbol{v}_0 = \boldsymbol{v}_3$ と規約する.

8.2 実装結果



9 まとめと今後の課題

実装結果では, 正値の渦度算出点では低気圧性, 負値の渦度算出点では高気圧性の渦が予想される. 実際の天気図と対比すると, 青森東部に存在する低気圧が正値の渦度算出点と一致し, 低気圧の中心付近では渦度の値が大きかった. 面積の大きな三角形では値があまり信用できず, その他の地点ではっきりしない. 今後, 観測地点を増やした場合や補間を行った場合の振る舞いを調べたい. また, 非静力学モデルの接地部分に有限要素法を導入することにより, 急峻な地形の影響を更に精密に計算していきたいと考えている.

参考文献

[1] James R. Holton, “An introduction to DYNAMIC METEOROLOGY Fourth Edition”, Elsevier ,2004.

[2] 小倉義光.: “気象力学通論”, 東京大学出版会,1978.

表：主な数値予報モデルと規模

予報モデル	発表する予報	予報領域	水平解像度	予報期間	実行回数
全球モデル (GSM)	府県天気予報, 週間天気予報	地球全体	55km	3.5 日間 9 日間	1 日 1 回
領域モデル (RSM)	府県天気予報, 時系列予報, 分布予報	東アジア	20km	2 日間	1 日 2 回
台風モデル	台風予報	台風周辺	24km	3.5 日間	1 日 4 回
メソモデル (MSM)	防災気象情報	日本周辺	5km	33 時間	1 日 8 回
週間予報モデル	週間天気予報	地球全体	60km	9 日間	1 日 1 回
1 か月予報モデル	1 か月予報	地球全体	110km	1 か月	週 1 回
3 か月予報モデル	3 か月予報	地球全体	180km	3 か月	月 1 回